

**ПОДГОТОВКА К ГИА
ВЫСШИЙ УРОВЕНЬ КАЧЕСТВА класс**

9



2013

МАТЕМАТИКА

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ
ЗАДАНИЯ**

- ✓ Тематические задания
- ✓ Варианты экзаменационной работы ГИА
- ✓ Ответы и критерии оценивания



**ПОДГОТОВКА К ГИА
ВЫСШИЙ УРОВЕНЬ КАЧЕСТВА класс**

9



В.В. Кочагин, М.Н. Кочагина

МАТЕМАТИКА

**ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ
ЗАДАНИЯ**

Рекомендовано «Институтом содержания и методов обучения»
Российской академии образования

Москва 2012



УДК 373.167.1:51*09

ББК 22.1я721

К 75

О б а в т о р а х:

В.В. Кочагин — кандидат педагогических наук

М.Н. Кочагина — кандидат педагогических наук,

доцент кафедры математического анализа

и методики преподавания математики ГОУ ВПО МПГУ

Кочагин В. В.

К 75 ГИА 2013. Математика : тематические тренировочные задания : 9 класс / В. В. Кочагин, М. Н. Кочагина. — М. : Экзамен, 2012. — 176 с. — (Государственная (итоговая) аттестация (в новой форме): 9 класс. Тематические тренировочные задания).

ISBN 978-5-699-57732-3

Пособие адресовано выпускникам 9-го класса и предназначено для подготовки к государственной (итоговой) аттестации (в новой форме) по математике.

В пособие включены:

- задания по основным темам курса;
- варианты экзаменационной работы ГИА;
- задания для уроков обобщения и повторения;
- ответы ко всем заданиям;
- критерии оценивания.

Издание окажет помощь учителям, репетиторам и родителям при подготовке учащихся к ГИА по математике.

УДК 373.167.1:51*09

ББК 22.1я721

ISBN 978-5-699-57732-3

© Кочагин В.В., Кочагина М.Н., 2012

© Оформление. ООО «Издательство «Экзамен», 2012

ВВЕДЕНИЕ

Существующая в настоящее время в России новая система итоговой аттестации по математике за курс основной школы предполагает изменение методики подготовки к аттестации. В экзаменационной работе по математике представлен ряд заданий в тестовой форме, поэтому появляется необходимость знакомить учащихся с такими заданиями. Желательно это делать задолго до самого экзамена, для того чтобы ученики привыкли не только к формулировкам заданий в новой форме, но и к уровню таких заданий, к их содержанию. Такая подготовка формирует у учеников готовность к итоговой аттестации, чувство уверенности в своих силах, создает психологический комфорт.

Данное пособие представляет учащимся возможность, изучая математику в 9-м классе, постепенно знакомиться с требованиями итоговой аттестации, а также предлагает материал для итогового повторения в конце 9-го класса.

Издание содержит тематические тренировочные задания для изучения алгебры в течение всего учебного года в 9-м классе. Учащимся предлагается решать задания параллельно с темой по алгебре, изучаемой на уроках. Ученики смогут постепенно знакомиться с формой заданий, характерных для итоговой аттестации, а также с уровнем этих заданий. Параграфы соответствуют темам, изучаемым учащимися на уроках алгебры. Каждый параграф состоит из двух частей, как и экзаменационная работа. Первая из этих частей

содержит задания разных типов: задания с выбором ответа, задания с кратким ответом, задания на соотнесение. Вторая часть параграфа содержит 10 более сложных заданий, для которых необходимо привести развернутое решение.

В приложении книги приводятся ценные материалы, предназначенные для использования при обобщающем повторении математики в конце 9-го класса и подготовке к итоговой аттестации. Здесь приведены задания, которые можно предложить учащимся на уроках повторения. В содержание каждого из 15 уроков включены основные теоретические вопросы, задания для решения в классе и для самостоятельного решения дома. Для контроля знаний предложены два варианта контрольной работы по математике в форме ГИА.

В конце пособия приведены указания к решению более сложных заданий и ответы ко всем заданиям.

Для самостоятельной подготовки к экзамену ученикам может также помочь книга «ГИА 2013. Математика. Сборник заданий: 9-й класс» (авторы: В.В. Кочагин, М.Н. Кочагина).

Надеемся, что данное пособие поможет девятиклассникам систематизировать свои знания по математике, узнать особенности заданий, предлагающихся на экзамене по математике, а также самостоятельно подготовиться к экзамену и успешно его сдать.

Авторы

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

Часть 1

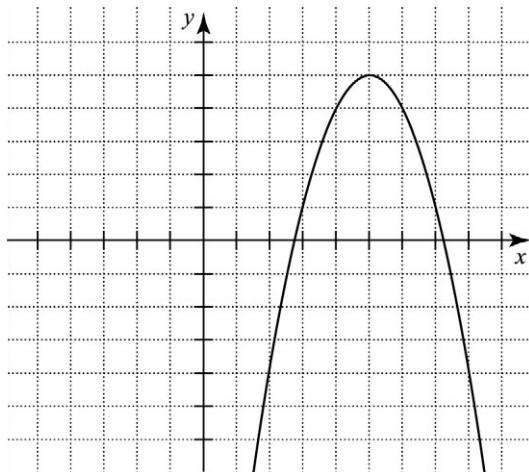
1. Установите соответствие между функциями и их графиками. Функции заданы формулами:
- A. $y = \frac{-4}{x}$ B. $y = -4x - 1$
B. $y = -4x^2 - x$ Г. $y = 4\sqrt{x}$
- 1) парабола 2) гипербола 3) прямая
2. Установите соответствие между функциями и их графиками. Функции заданы формулами:
- A. $y = \frac{6}{x}$ B. $y = \frac{x}{6}$
Б. $y = 6x^2 + 4$ Г. $y = 6\sqrt{x}$
- 1) прямая 2) гипербола 3) парабола
3. Графику функции $y = x^2 - 3x - 1$ принадлежит точка с координатами
- 1) (0; 1) 3) (2; -3)
2) (1; 0) 4) (-1; -3)
4. Графику функции $y = x^2 - x - 5$ принадлежит точка с координатами
- 1) (0; 1) 3) (3; -3)
2) (1; 0) 4) (-1; -3)
5. Укажите координаты вершины параболы $y = x^2 - 4x - 5$.
- 1) (2; -5) 3) (2; -9)
2) (-2; 7) 4) (-4; 27)

6. Укажите координаты вершины параболы $y=x^2+6x+5$.

Ответ: _____.

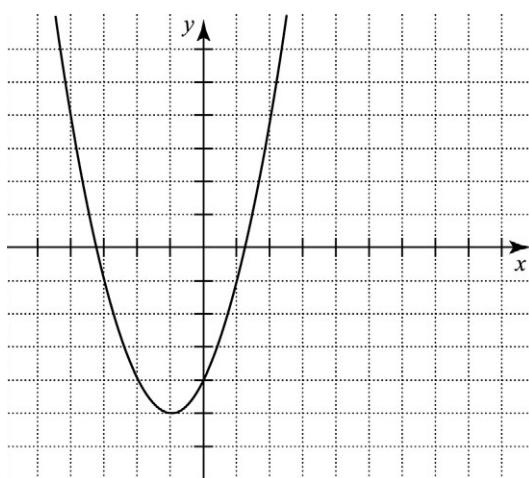
7. По графику квадратичной функции $y=ax^2+bx+c$ определите знаки коэффициентов a и c .

- 1) $a < 0$ и $c < 0$
- 2) $a < 0$ и $c > 0$
- 3) $a > 0$ и $c < 0$
- 4) $a > 0$ и $c > 0$



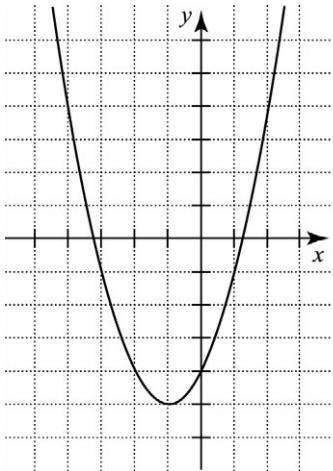
8. По графику квадратичной функции $y=ax^2+bx+c$ определите знаки коэффициентов a и c .

- 1) $a < 0$ и $c < 0$
- 2) $a < 0$ и $c > 0$
- 3) $a > 0$ и $c < 0$
- 4) $a > 0$ и $c > 0$

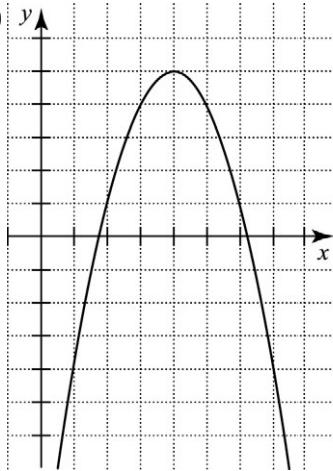


9. На каком из рисунков изображен график квадратичной функции $y=ax^2+bx+c$, если известно, что $a < 0$ и квадратный трехчлен имеет корни разных знаков?

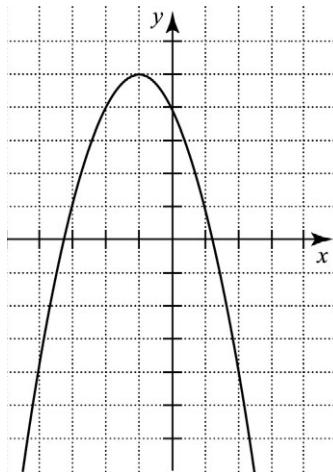
1)



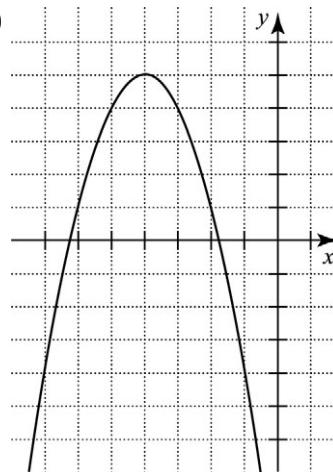
3)



2)

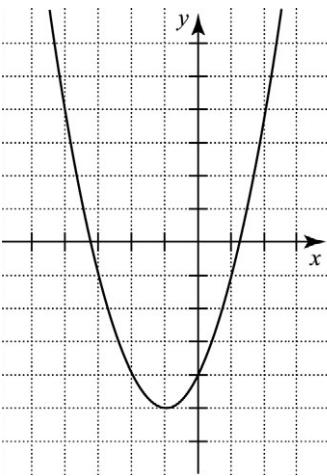


4)

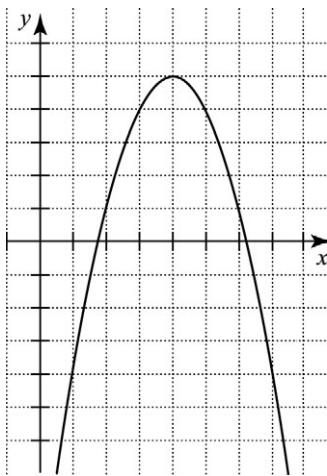


10. На каком из рисунков изображен график квадратичной функции $y=ax^2+bx+c$, если известно, что $a < 0$ и квадратный трехчлен имеет отрицательные корни?

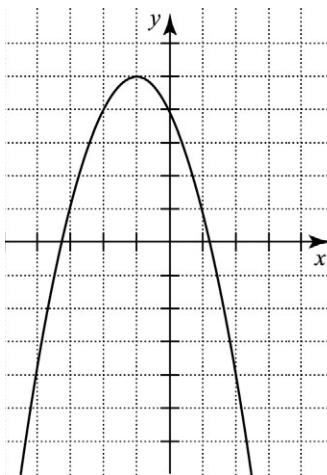
1)



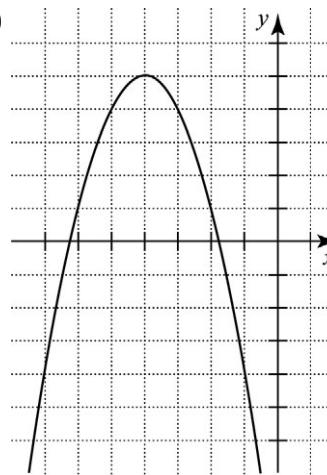
3)



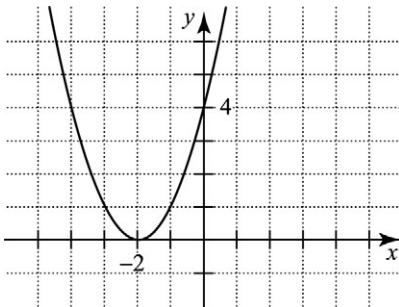
2)



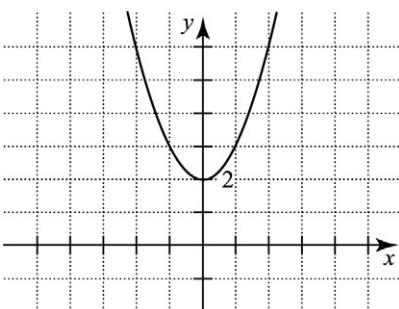
4)



11. На рисунке изображена парабола. Графиком какой функции она является?



- 1) $y=(x+2)^2$
 - 2) $y=x^2-2$
 - 3) $y=(x-2)^2$
 - 4) $y=(x+2)^2+2$
12. На рисунке изображена парабола. Графиком какой функции она является?



- 1) $y=(x+2)^2$
- 2) $y=(x^2-2)^2$
- 3) $y=x^2-2$
- 4) $y=x^2+2$

13. Установите соответствие между функциями и их графиками.

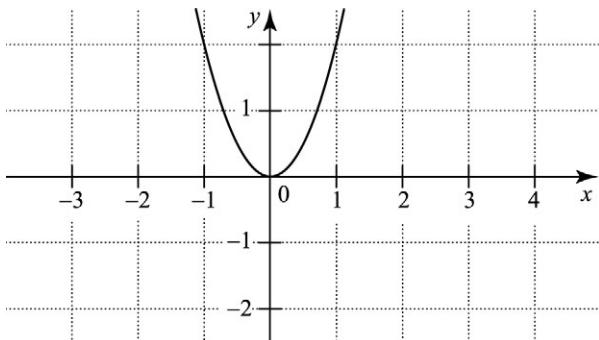
1) $y = \frac{2}{x}$

2) $y = 2x^2$

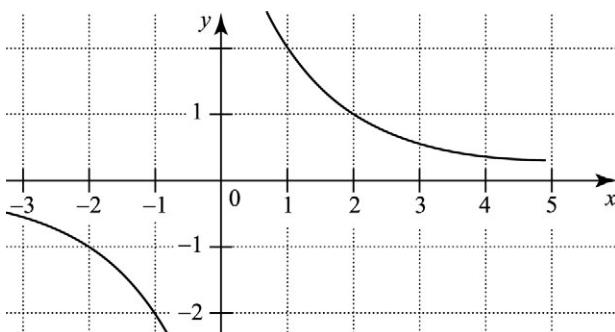
3) $y = x - 2$

4) $y = 2x$

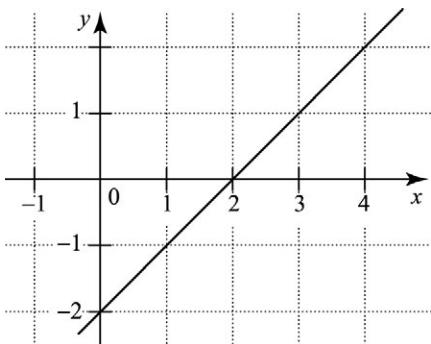
A.



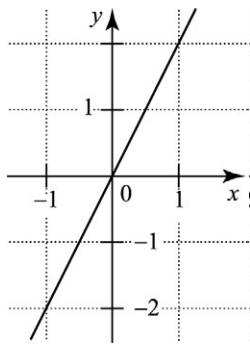
Б.



В.



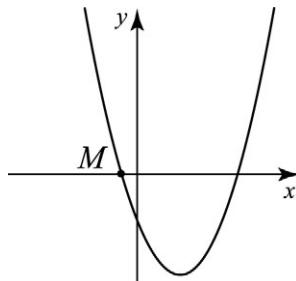
Г.



Ответ: _____.

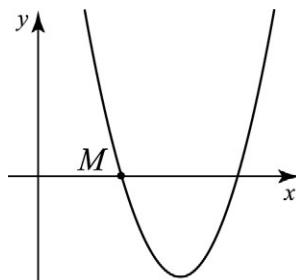
14. На рисунке изображен график функции $y = x^2 - 3x - 4$. Укажите координаты точки М.

- 1) (0; -1)
- 2) (0; 1)
- 3) (1; 0)
- 4) (-1; 0)

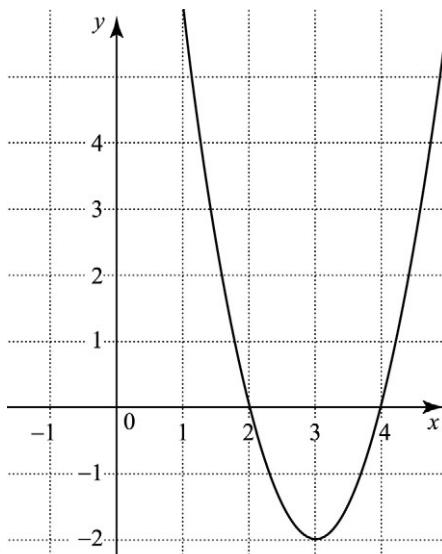


15. На рисунке изображен график функции $y = 4x^2 - 11x + 6$. Укажите координаты точки М.

- 1) (0,75; 0)
- 2) (4; 0)
- 3) (2; 0)
- 4) (0; 2)



16. Функция задана графиком:



Укажите область значений этой функции.

- 1) $(-\infty; +\infty)$
- 2) $[2; 4]$
- 3) $[-2; +\infty)$
- 4) $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty)$

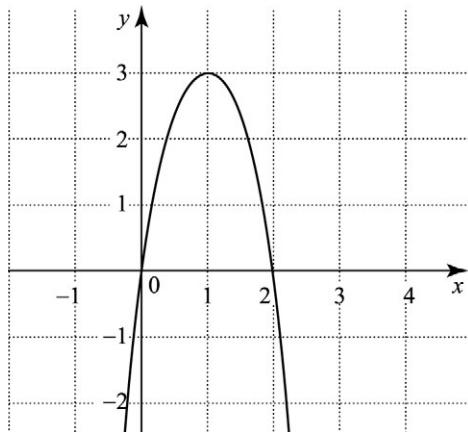
17. Найдите область значений функции $y=x^2-4x+6$.

Ответ: _____.

18. Найдите область значений функции $y=x^2+6x+12$.

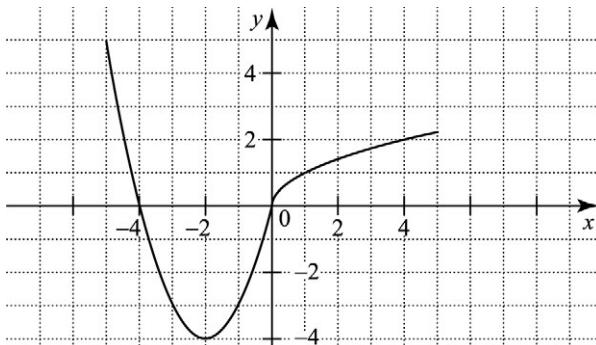
Ответ: _____.

19. Используя график функции $y=f(x)$, определите, какое утверждение верно.



- 1) $f(3)>f(0)$.
- 2) Функция убывает на промежутке $(0;+\infty)$.
- 3) Наибольшее значение функция принимает при $x=1$.
- 4) $f(0)=2$.

20. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$. Из приведенных утверждений выберите верное.

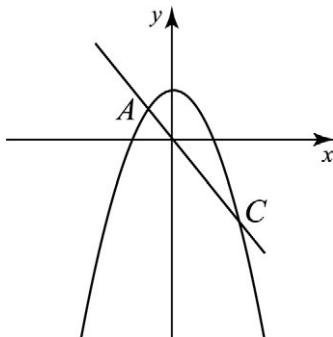


- 1) Наименьшее значение функции $y=f(x)$ равно -2 .
- 2) Функция возрастает на промежутке $[-2; +\infty)$.
- 3) $f(-1) > f(-3)$.
- 4) $f(x) < 0$ при $x < 0$.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

- 21.** На рисунке изображены графики функций $y=5-x^2$ и $y=-4x^2$. Вычислите ординату точки С.

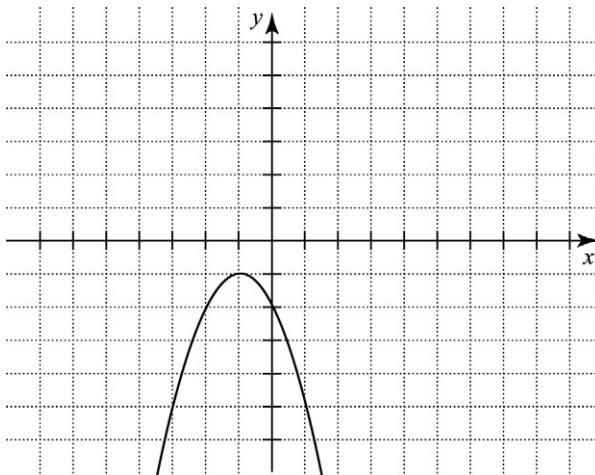


- 22.** Постройте график функции $y=x^2-6x+5$.

- а) При каких значениях аргумента функция принимает положительные значения?
- б) Укажите наименьшее значение функции.
- в) Найдите область значений функции.
- г) Найдите координаты точек пересечения графика с осью Ox .
- д) Укажите промежутки возрастания и убывания функции.
- е) Какие значения принимает функция, если $0 \leq x \leq 4$?

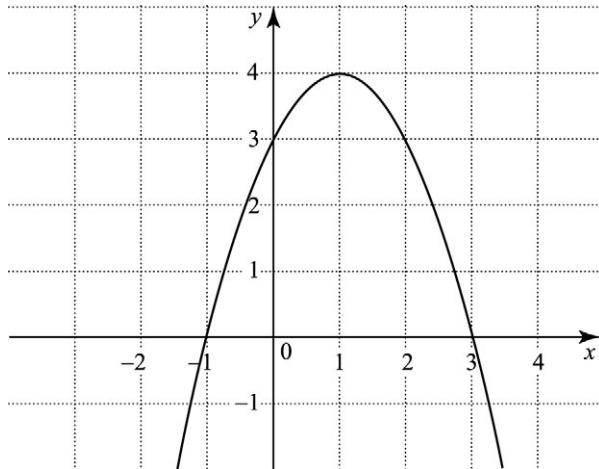
23. Постройте график функции $y = \begin{cases} x^2 + 2x - 15, & |x| \leq 3 \\ -x + 3, & x > 3 \\ -4x - 24, & x < -3 \end{cases}$
- При каких значениях аргумента функция принимает положительные значения?
 - Какова область ее значений? Найдите значение функции при $x=5$.
 - Найдите координаты точек пересечения графика с осями координат.
 - Укажите промежутки возрастания и убывания функции.

24. По графику квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ определите знаки коэффициентов a , b , c .



25. Постройте график функции $y = \frac{x^4 - 16}{x^2 - 4}$. При каких значениях аргумента функция принимает положительные значения?

- 26.** Задайте аналитически функцию, график которой изображен на рисунке.



- 27.** Постройте график функции $y = |x^2 - 4x|$. При каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком этой функции *четыре* общие точки?
- 28.** Постройте график функции $y = x^2 - 8|x|$. Сколько общих точек с графиком функции может иметь прямая $y = m$?
- 29.** Прямая $x = 1$ — ось симметрии параболы $y = ax^2 + (a^2 - 8)x + 2$, ветви которой направлены вверх. Найдите координаты вершины параболы.
- 30.** Прямая $x = 2$ — ось симметрии параболы $y = ax^2 + (a^2 + 4)x + 2$, ветви которой направлены вниз. Найдите координаты вершины параболы.

2. НЕРАВЕНСТВА**2.1. Квадратные неравенства****Часть 1**

1. Решите неравенство $x^2 > 4$.

Ответ: _____.

2. Решите неравенство $x^2 > 4x$.

Ответ: _____.

3. Решите неравенство $x^2 - 9x - 10 \leq 0$.

Ответ: _____.

4. Решите неравенство $-x^2 - x + 6 \leq 0$.

Ответ: _____.

5. Решите неравенство $x^2 - 2x + 1 < 0$.

Ответ: _____.

6. Решите неравенство $x^2 - 2x + 1 \geq 0$.

Ответ: _____.

7. Решите неравенство $x^2 - 2x + 1 \leq 0$.

Ответ: _____.

8. Решите неравенство $x^2 - 2x + 1 > 0$.

Ответ: _____.

9. Решите неравенство $x^2 + 3x + 7 < 0$.

Ответ: _____.

10. Решите неравенство $x^2 - 4x + 7 < 0$.

Ответ: _____.

11. Решите неравенство $0,5a^2 \leq 32$.

Ответ: _____.

12. Решите неравенство $0,5a^2 \leq -32$.

Ответ: _____.

13. При каких значениях x функция $f(x) = x^2 - 100x$ принимает неотрицательные значения?

Ответ: _____.

14. При каких значениях x функция $f(x) = x^2 + x - 2$ принимает положительные значения?

Ответ: _____.

15. При каких значениях x функция $f(x) = 0,5x^2 - 8$ принимает неположительные значения?

Ответ: _____.

16. При каких значениях x функция $f(x) = 2x^2 + 5x + 2$ принимает отрицательные значения?

Ответ: _____.

17. Решите неравенство $(x+5)^2 \leq 25$.

Ответ: _____.

18. Решите неравенство $(x+5)^2 \leq 25 - x^2$.

Ответ: _____.

19. Для любого значения x верно неравенство

- 1) $x^2 - 1 > 0$
- 2) $x^2 + 1 \geq 0$
- 3) $x^2 - 1 < 0$
- 4) $x^2 + 1 \leq 0$

20. Для любого значения x верно неравенство

- 1) $x^2 + 16x + 64 > 0$
- 2) $x^2 + 16x + 64 \leq 0$
- 3) $x^2 + 16x + 64 < 0$
- 4) $x^2 + 16x + 64 \geq 0$

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

- 21.** Решите неравенство $3x^2 + 10x < -3$. В ответе укажите множество решений неравенства, принадлежащих отрезку $[-4; -2]$.

- 22.** Сколько целых решений имеет система неравенств:

$$\begin{cases} \frac{x-1}{4} + \frac{x+2}{6} < 1; \\ 9 - x^2 \geq 0. \end{cases}$$

- 23.** Решите неравенство $(\sqrt{10} - 5) \left(\frac{1}{9} - x^2 \right) \geq 0$.

- 24.** Решите систему неравенств $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 \geq 0, \\ -2 \leq x - 1 \leq 3. \end{cases}$

- 25.** Укажите целые решения системы неравенств $\begin{cases} x^2 > 7, \\ 16 - x^2 \geq 0. \end{cases}$

- 26.** При каких натуральных значениях x не имеет смысла выражение $\sqrt{x^2 - 17}$?

- 27.** Найдите область определения выражения $\frac{\sqrt{-x^2 + 25}}{x + 1}$.

- 28.** Решите систему неравенств $\begin{cases} (x^2 + 5x + 6)^2 \leq 0, \\ (x^2 - 3x)^2 \geq 225. \end{cases}$

29. Даны три неравенства $x^2 < 9$, $x^2 + 4x \geq 0$, $x^2 + 2x - 3 < 0$.
При каких целых значениях x выполняются только
два неравенства?
30. Решите неравенство $x + \sqrt{x} - 20 \geq 0$.

2.2. Метод интервалов

Часть 1

1. Решите неравенство $\frac{1}{x} > 0$.

Ответ: _____.

2. Решите неравенство $\frac{1}{x} > 1$.

Ответ: _____.

3. Решите неравенство $\frac{2}{x} \leq 1$.

Ответ: _____.

4. Решите неравенство $x(3+x) \geq 0$.

Ответ: _____.

5. Решите неравенство $\frac{3+x}{x} \geq 0$.

Ответ: _____.

6. Решите неравенство $x(3-x) \geq 0$.

Ответ: _____.

7. Решите неравенство $\frac{x}{3-x} \leq 0$.

Ответ: _____.

8. Решите неравенство $a(a+1)(a-1) \leq 0$.

Ответ: _____.

9. Решите неравенство $\frac{a(a+1)}{a-3} \leq 0$.

Ответ: _____.

10. Решите неравенство $\frac{a}{(a-3)(a+1)} \leq 0$.

Ответ: _____.

11. При каких значениях x произведение $(x+3)(x+5)(x+12)$ положительно?

Ответ: _____.

12. При каких значениях x произведение $(x-3)(x-5)(x-12)$ отрицательно?

Ответ: _____.

13. При каких значениях x произведение $(x-3)(x+5)(x+12)$ неположительно?

Ответ: _____.

14. При каких значениях x произведение $(x-3)(x-5)(x+12)$ неотрицательно?

Ответ: _____.

15. Промежуток $(5; +\infty)$ является областью определения функции:

1) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-5}}$

3) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-5}}$

2) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-5}$

4) $f(x) = \frac{x}{x-5}$

16. Промежуток $[0; +\infty)$ является областью определения функции:

1) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x+5}}$

3) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+5}}$

2) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+5}$

4) $f(x) = \frac{x}{x+5}$

17. Множество $[-7; 0) \cup (0; +\infty)$ является областью определения функции:

1) $f(x) = \sqrt{\frac{x+7}{x}}$

3) $f(x) = \frac{x+7}{\sqrt{x}}$

2) $f(x) = \frac{\sqrt{x+7}}{x}$

4) $f(x) = \frac{x+7}{x}$

18. Множество $[0; 7) \cup (7; +\infty)$ является областью определения функции:

1) $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x-7}}$

3) $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-7}}$

2) $f(x) = \frac{x}{x-7}$

4) $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x-7}$

19. Для любого значения x верно неравенство.

1) $(x-7)^2 < 0$

2) $(x-7)^2 > 0$

3) $(x-7)^2 \leq 0$

4) $(x-7)^2 \geq 0$

20. Для любого значения x верно неравенство.

- 1) $(x-7)^2 < -1$
- 2) $(x-7)^2 > 0$
- 3) $(x-7)^2 \leq -1$
- 4) $(x-7)^2 \geq 0$

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. Решите неравенство $x^3 \leq 4x$.

22. Решите неравенство $\frac{9-x^2}{3x^2-2x-1} \geq 0$.

23. Решите неравенство $\frac{(7-x)(x+5)}{(x-2)^2} \geq 0$.

24. Укажите наибольшее целое решение неравенства

$$\frac{(x-5)^2(2-x)}{x+3} \geq 0.$$

25. Решите неравенство $\frac{x^2-12}{x^2+4x} \geq 0$.

26. Решите неравенство $(x-1)(4x^2+4x+1) > 0$.

27. Решите неравенство $\frac{x^2+6x-7}{x-1} > 0$.

28. Решите неравенство $2x-1 \leq (\sqrt{x+3})^2$.

29. Решите неравенство $2x-1 \leq (\sqrt[3]{x+3})^3$.

30. Решите неравенство $x^4+x^2-20 \geq 0$.

2.3. Неравенства с параметром

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

1. Укажите наибольшее целое значение a , при котором неравенство $x^2 > a - 5$ выполняется при любых значениях x .
2. Укажите наименьшее целое значение a , при котором неравенство $-x^2 - 4x + 3 - a < 0$ выполняется при любых значениях x .
3. Укажите наименьшее целое значение a , при котором неравенство $x^2 + 2ax + 16 < 0$ не имеет решений.
4. Найдите такие значения параметра a , при которых множество решений неравенства $(x+1)(a-x) \geq 0$ содержит ровно два целых числа.
5. Найдите такие значения параметра a , при которых множество решений неравенства $(x+1)(a-x) \geq 0$ содержит ровно одно целое число.
6. Найдите такие значения параметра a , при которых множество решений неравенства $(x+1)(a-x) > 0$ не содержит ни одного целого числа.
7. Найдите такие значения параметра a , при которых множество решений неравенства $(x+1)(a-x) > 0$ содержит ровно два целых числа.
8. Найдите такие значения параметра a , при которых множество решений неравенства $(x+1)(a-x) > 0$ содержит только одно целое число.

9. Найдите такие значения параметра a , при которых множество решений неравенства $x^2(x+1)(a-x) \geq 0$ содержит ровно два натуральных числа.
10. Найдите такие значения параметра a , при которых множество решений неравенства $x^2(x+1)(a-x) \geq 0$ не содержит ни одного натурального числа.

3. УРАВНЕНИЯ

3.1. Целые уравнения

Часть 1

1. Решите уравнение $x^3 - 9x = 0$.

Ответ: _____.

2. Решите уравнение $x^3 + 9x = 0$.

Ответ: _____.

3. Решите уравнение $x^4 - 27x = 0$.

Ответ: _____.

4. Решите уравнение $x^4 + 27x = 0$.

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $x^5 - 32 = 0$.

Ответ: _____.

6. Решите уравнение $x^6 - 64 = 0$.

Ответ: _____.

7. Решите уравнение $x^5 + 32 = 0$.

Ответ: _____.

8. Решите уравнение $x^6 + 64 = 0$.

Ответ: _____.

9. Сколько корней имеет уравнение $x^3 = 4x$?
1) 0 2) 1 3) 2 4) 3
10. Сколько корней имеет уравнение $x^3 = -4x$?
1) 0 2) 1 3) 2 4) 3
11. Решите уравнение $x^3 = 0,04x$?
Ответ: _____.
12. Решите уравнение $x^3 = -0,04x$?
Ответ: _____.
13. Решите уравнение $x^3 = 0,008$?
Ответ: _____.
14. Решите уравнение $x^3 = -0,008$?
Ответ: _____.
15. Укажите число корней уравнения $0,5a^4 = 32$.
Ответ: _____.
16. Укажите число корней уравнения $0,5a^4 = -32$.
Ответ: _____.
17. Укажите число корней уравнения $0,5a^4 = 32a$.
Ответ: _____.
18. Укажите число корней уравнения $0,5a^4 = -32a$.
Ответ: _____.
19. К каждому уравнению (левый столбец) поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).
А) $x^3 + 1 = 0$ 1) Уравнение имеет один корень: 1.
Б) $x^3 - 1 = 0$ 2) Уравнение имеет один корень: 0.
В) $x^3 + x = 0$ 3) Уравнение имеет один корень: -1.
Ответ: _____.

20. К каждому уравнению (левый столбец) поставьте в соответствие верное утверждение (правый столбец).

- | | |
|------------------|--------------------------------------|
| A) $x^4 - x = 0$ | 1) Уравнение имеет два корня: 0; -1. |
| B) $x^4 - 1 = 0$ | 1) Уравнение имеет два корня: 0; 1. |
| B) $x^4 + x = 0$ | 3) Уравнение имеет два корня: -1; 1. |

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. Решите уравнение $4a^2 + 3a = 3a^3 + 4$.

22. Решите уравнение $x^3 + 2x^2 - 18x - 36 = 0$.

23. Решите уравнение $(x^2 + 2)(x^2 - 8) = 11$.

24. Найдите меньший корень уравнения $(x^2 + 3x)^2 - x^2 - 3x = 12$.

25. Решите уравнение $(x - 1)(x + 1)x(x + 2) = 24$.

26. Решите уравнение $(x - 3)(x + 4)(x + 6)(x - 2) = 10x^2$.

27. Решите уравнение $4x^4 - 8x^3 + 3x^2 - 8x + 4 = 0$.

28. Числа 13 и -24 являются корнями уравнения $x^4 - 475x^2 + 97\ 344 = 0$. Укажите наибольший корень уравнения.

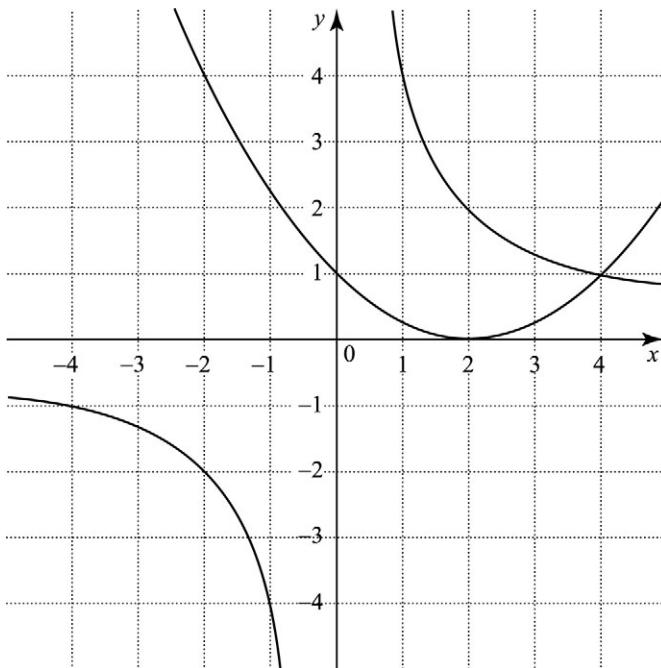
29. Докажите, что уравнение $(x^2 - 4x + 7)(x^2 - 6x + 14) = 14$ не имеет корней.

30. Решите уравнение $(x^4 - 2x^2 + 3)(x^2 - 2x + 4) = 6$.

3.2. Графический способ решения уравнений

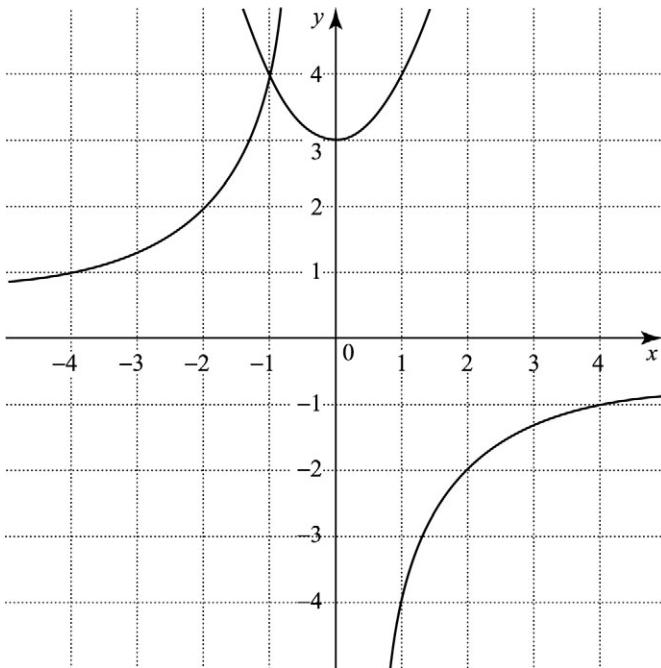
Часть 1

1. На рисунке изображены графики функций $y = \frac{4}{x}$ и $y = 0,25(x-2)^2$. Используя графики, решите уравнение $\frac{4}{x} = 0,25(x - 2)^2$.



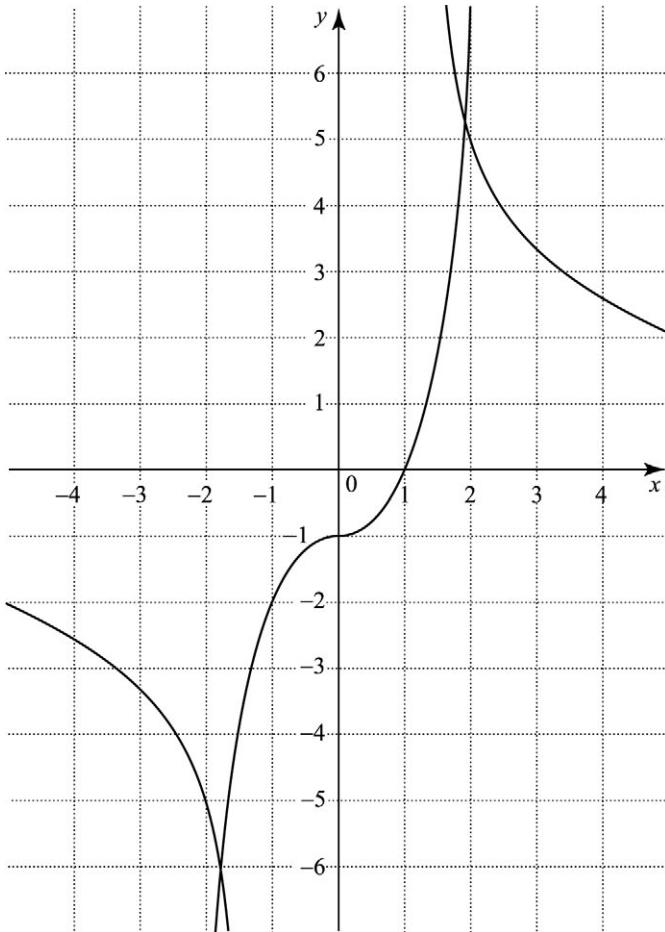
Ответ: _____.

2. На рисунке изображены графики функций $y = -\frac{4}{x}$ и $y = x^2 + 3$. Используя графики, решите уравнение $-\frac{4}{x} = x^2 + 3$.



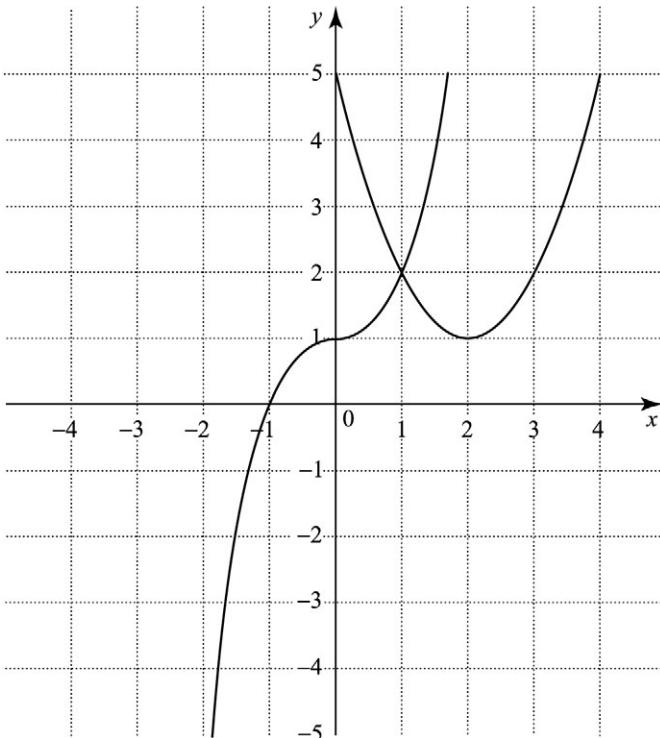
Ответ: _____.

3. На рисунке изображены графики функций $y=x^3-1$ и $y=\frac{10}{x}$. Используя графики, укажите число корней уравнения $x^3-\frac{10}{x}-1=0$.



Ответ: _____.

4. На рисунке изображены графики функций $y=(x-2)^2+1$ и $y=x^3+1$. Используя графики, решите уравнение $(x-2)^2=x^3$.



Ответ: _____.

5. Построив схематически графики функций $y=\frac{6}{x}$ и $y=\sqrt{x}$, определите число корней уравнения $\sqrt{x}=\frac{6}{x}$.

Ответ: _____.

6. Построив схематически графики функций $y = -\frac{6}{x}$ и $y = \sqrt{x}$, определите число корней уравнения $\sqrt{x} = -\frac{6}{x}$.

Ответ: _____.

7. Построив схематически графики функций $y = \frac{8}{x}$ и $y = x^2$, определите число корней уравнения $x^2 = \frac{8}{x}$.

Ответ: _____.

8. Построив схематически графики функций $y = -\frac{8}{x}$ и $y = x^2$, определите число корней уравнения $x^2 = -\frac{8}{x}$.

Ответ: _____.

9. Построив схематически графики функций $y = \frac{10}{x}$ и $y = x^3$, определите число корней уравнения $x^3 = \frac{10}{x}$.

Ответ: _____.

10. Построив схематически графики функций $y = -\frac{10}{x}$ и $y = x^3$, определите число корней уравнения $x^3 = -\frac{10}{x}$.

Ответ: _____.

11. Построив схематически графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x^2$, решите уравнение $\sqrt{x} = x^2$.

Ответ: _____.

12. Построив схематически графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = -x^2$, решите уравнение $\sqrt{x} = -x^2$.

Ответ: _____.

13. Построив схематически графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x^3$, решите уравнение $\sqrt{x} = x^3$.

Ответ: _____.

14. Построив схематически графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = -x^3$, решите уравнение $\sqrt{x} = -x^3$.

Ответ: _____.

15. Построив схематически графики функций и $y = 10 - x$ и $y = x^3$, решите уравнение $10 - x = x^3$.

Ответ: _____.

16. Построив схематически графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = 6 - x$, решите уравнение $\sqrt{x} = 6 - x$.

Ответ: _____.

17. Построив схематически графики функций $y = \frac{2}{x}$ и $y = |x|$, определите число корней уравнения $|x| = \frac{2}{x}$.

Ответ: _____.

18. Построив схематически графики функций $y = -\frac{4}{x}$ и $y = |x|$, определите число корней уравнения $|x| = -\frac{4}{x}$.

Ответ: _____.

19. Построив схематически графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = |x|$, решите уравнение $|x| = \sqrt{x}$.

Ответ: _____.

20. Построив схематически графики функций $y = x^3$ и $y = |x|$, решите уравнение $x^3 = \sqrt{x}$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. Используя графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x^3 - 1$, определите число корней уравнения $\sqrt{x} = x^3 - 1$.

22. Используя графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = x^3 + 1$, определите число корней уравнения $\sqrt{x} = x^3 + 1$.

23. Используя графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = (x - 3)^2$, определите число корней уравнения $\sqrt{x} = (x - 3)^2$.

24. Используя графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = -(x - 3)^2 + 1$, определите число корней уравнения $\sqrt{x} + (x - 3)^2 = 1$.

25. Используя графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = -(x + 1)^2 + 5$, решите уравнение $\sqrt{x} + (x + 1)^2 = 5$.

26. Используя графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = \sqrt{6 - x}$, решите уравнение $\sqrt{x} = \sqrt{6 - x}$.

27. Используя графики функций $y=(x-3)^2+1$ и $y=(x-2)^3+2$, решите уравнение $(x-3)^2=(x-2)^3+1$.
28. Используя графики функций $y=|x|$ и $y=(x+1)^2+4$, определите число корней уравнения $|x|=(x+1)^2+4$.
29. Используя графики функций $y=|x|$ и $y=(x-2)^3+2$, решите уравнение $|x|=(x-2)^3+2$.
30. Используя графики функций $y=\sqrt{1-x^2}$ и $y=-x^2+1$, решите уравнение $\sqrt{1-x^2}=-x^2+1$.

3.3. Уравнения с параметром

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

1. При каких значениях a уравнение $x^2+2x+a=0$ имеет корень, равный 4?
2. Один из корней уравнения $x^2+px-18=0$ равен 3. Найдите сумму корней этого уравнения.
3. При каких значениях параметра b уравнение $\frac{x^2-b}{x+10}=0$ имеет единственное решение?
4. При каких значениях параметра b уравнение $\frac{x+10}{x^2-b}=0$ имеет единственное решение?
5. При каком значении b уравнение $x^2+x+b=0$ имеет единственное решение?

6. При каких значениях b уравнение $(b-2)x^2+x+1=0$ имеет единственное решение?
7. При каких значениях параметра один корень уравнения $x^2+(2a-1)x+a^2+2=0$ вдвое больше другого?
8. При каких значениях параметра b разность корней уравнения $2x^2-bx+1=0$ равна 1?
9. Укажите наибольшее целое значение a , при котором уравнение $x^2-2ax+2a+24=0$ имеет различные отрицательные корни.
10. Укажите все значения a , при которых уравнение $x^3-2ax^2-(2a-3)x=0$ имеет три различных корня.

4. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

4.1. Способы решения систем уравнений

Часть 1

1. Решите способом подстановки систему уравнений
- $$\begin{cases} x^2 + y = 0, \\ y = x - 2. \end{cases}$$

Ответ: _____.

2. Решите способом подстановки систему уравнений
- $$\begin{cases} y^2 - x = 0, \\ x = y + 6. \end{cases}$$

Ответ: _____.

3. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ 2x - y^2 = 1, \end{cases}$, используя способ сложения.

Ответ: _____.

4. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - y = 6, \\ x + y = 6, \end{cases}$, используя способ сложения.

Ответ: _____.

5. Решите систему уравнений $\begin{cases} xy = 10, \\ x - 2y = 1. \end{cases}$

Ответ: _____.

6. Решите систему уравнений $\begin{cases} xy = -6, \\ x + 2y = 1. \end{cases}$

Ответ: _____.

7. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - y^2 = 16, \\ x + y = 2. \end{cases}$

Ответ: _____.

8. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - y^2 = 16, \\ x - y = 2. \end{cases}$

Ответ: _____.

9. Укажите число решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 2y = 2, \\ x + y = 3. \end{cases}$

Ответ: _____.

10. Укажите число решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 2y = -1, \\ 4x + 2y = -3. \end{cases}$

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

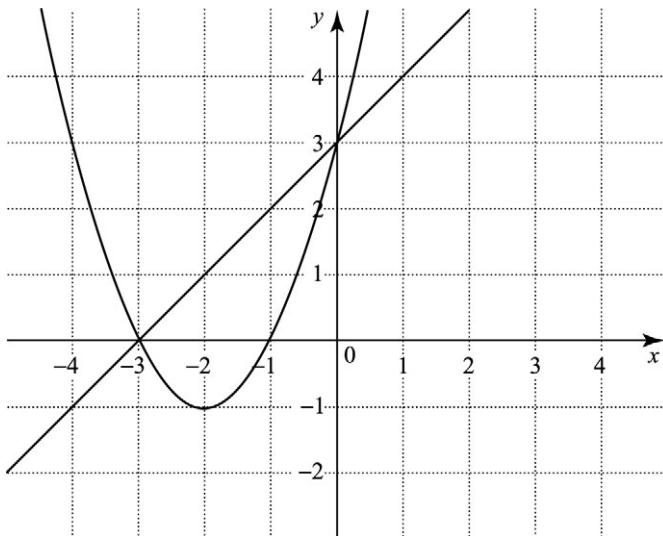
1. Решите систему уравнений $\begin{cases} x - y = 7, \\ x^2 + y^2 = 25 - 2xy. \end{cases}$
2. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = 8, \\ \frac{x}{y} + 4 \cdot \frac{y}{x} = 5. \end{cases}$
3. Решите систему уравнений $\begin{cases} (x-1)(y+2) = 0, \\ x^2 - 4xy = 13. \end{cases}$
4. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^8y^4 = 16, \\ x^6y^2 = 4. \end{cases}$
5. Имеют ли общие точки графики функций $y - x = 4$, $y + x = 8$, $xy - x^2 = -24$?
6. Имеют ли общие точки графики функций $y - 24x = 1$, $y + x = 4$, $x^2 - 2xy = 5$?
7. Решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 - 2y + y^2 - 4x + 5 = 0, \\ x^2 - 4xy + 4 = 0. \end{cases}$
8. Решите систему уравнений $\begin{cases} x + y = 4, \\ y + z = 5, \\ x + z = 3. \end{cases}$
9. Решите систему уравнений $\begin{cases} x \cdot y = 2, \\ y \cdot z = 3, \\ x \cdot z = 6. \end{cases}$
10. Сколько различных решений имеет уравнение $(x^2 + 2xy + y^2)^2 + (x^2 - 5y - 1)^2 = 0$?

4.2. Графический способ решения систем уравнений

Часть 1

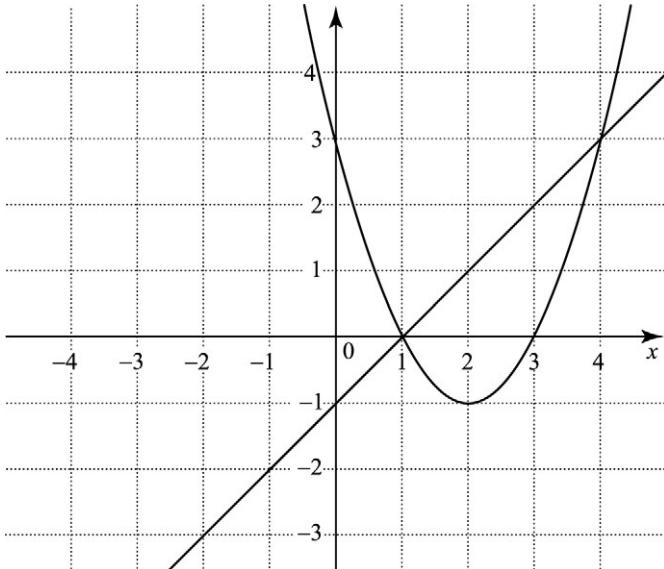
1. На рисунке изображены графики функций $y=x^2+4x+3$ и $y=x+3$. Используя графики, решите

систему уравнений $\begin{cases} y = x^2 + 4x + 3, \\ y = x + 3. \end{cases}$.



Ответ: _____.

2. На рисунке изображены графики функций $y = x^2 - 4x + 3$ и $y = x - 3$. Используя графики, решите систему уравнений $\begin{cases} y = x^2 - 4x + 3, \\ y = x - 1. \end{cases}$



Ответ: _____.

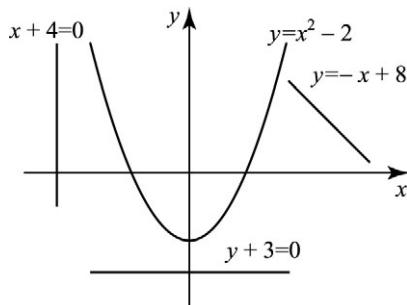
3. На рисунке изображены парабола и три прямые. Укажите систему уравнений, которая имеет два решения.

1) $\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y = -x + 8. \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ x + 4 = 0. \end{cases}$

3) $\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y + 3 = 0. \end{cases}$

- 4) все три указанные системы



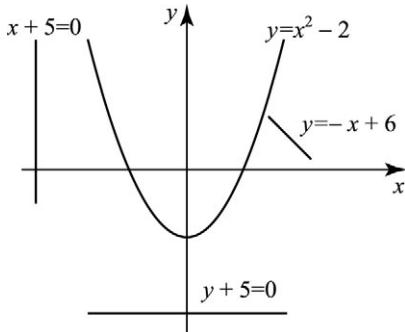
4. На рисунке изображены парабола и три прямые. Укажите систему уравнений, которая не имеет решений.

1) $\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y = -x + 6. \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y + 5 = 0. \end{cases}$

3) $\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ x + 5 = 0. \end{cases}$

4) все три указанные системы

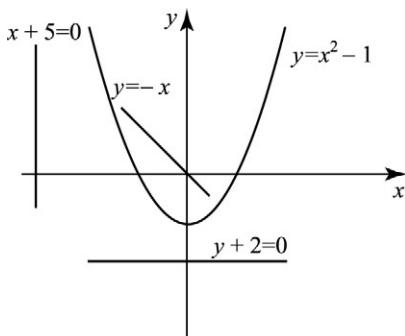


5. На рисунке изображены парабола и три прямые. Укажите систему уравнений, которая имеет одно решение.

1) $\begin{cases} y = x^2 - 1, \\ y = -x + 10. \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = x^2 - 1, \\ x + 5 = 0. \end{cases}$

3) $\begin{cases} y = x^2 - 1, \\ y + 2 = 0. \end{cases}$



4) все три указанные системы

6. Из данных уравнений подберите второе уравнение системы $\begin{cases} y = \frac{2}{x}, \\ ... \end{cases}$, так, чтобы система имела два решения

(используйте графические представления).

1) $y = -x$

2) $y = -x^2$

3) $y = x$

4) $y = x^2$

7. Из данных уравнений подберите второе уравнение

системы $\begin{cases} y = \frac{4}{x}, \\ \dots \end{cases}$ так, чтобы система имела единственное решение (используйте графические представления).

- 1) $y = -x + 4$
2) $y = -x - 5$

- 3) $y = x + 4$
4) $y = x - 4$

8. Из данных уравнений подберите второе уравнение

системы $\begin{cases} y = -\frac{4}{x}, \\ \dots \end{cases}$ так, чтобы система имела единственное решение (используйте графические представления).

- 1) $y = -x + 4$
2) $y = -x - 4$

- 3) $y = x + 4$
4) $y = x - 3$

9. Из данных уравнений подберите второе уравнение

системы $\begin{cases} y = \frac{6}{x}, \\ \dots \end{cases}$ так, чтобы система не имела решений (используйте графические представления).

- 1) $y = x$
2) $y = -x$

- 3) $y = -x^2$
4) $y = x^2$

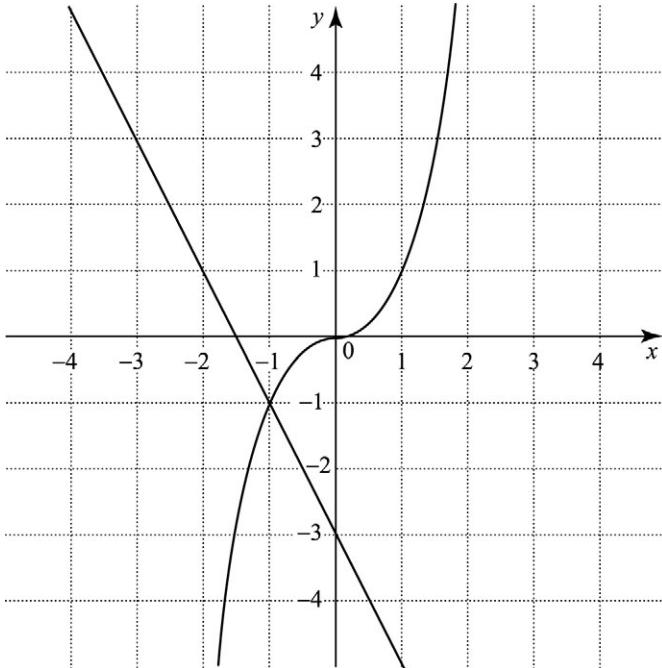
10. Из данных уравнений подберите второе уравнение

системы $\begin{cases} y = -\frac{6}{x}, \\ \dots \end{cases}$ так, чтобы система имела решений (используйте графические представления).

- 1) $y = x$
2) $y = \sqrt{x}$

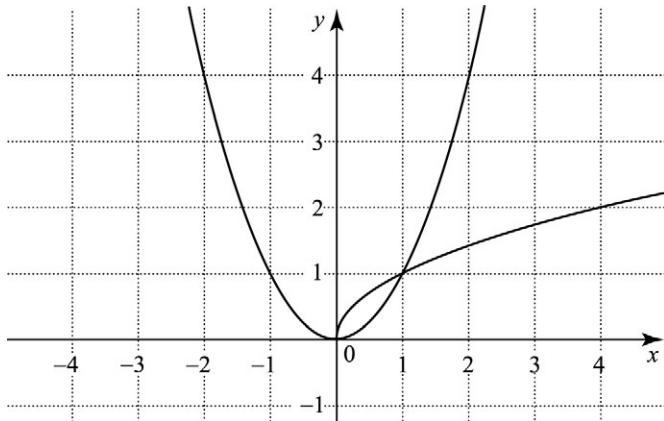
- 3) $y = x^3$
4) $y = x^2$

11. На рисунке изображены графики функций $y=x^3$ и $y=-2x-3$. Используя графики, решите систему уравнений $\begin{cases} y - x^3 = 0, \\ y + 2x + 3 = 0. \end{cases}$



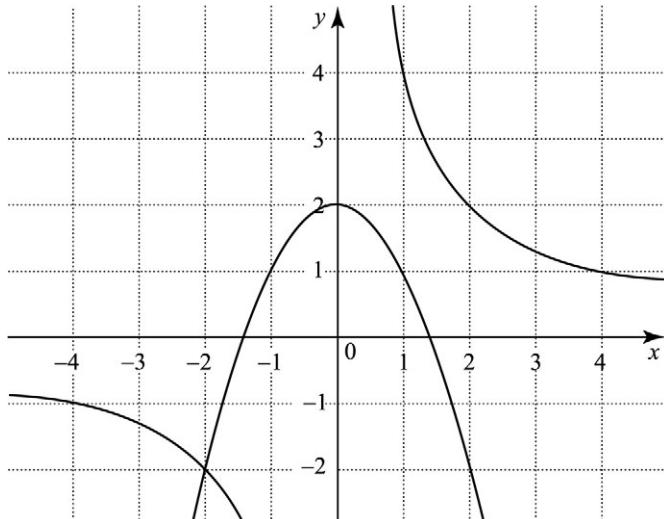
Ответ: _____.

12. На рисунке изображены графики функций $y=x^2$ и $y=\sqrt{x}$. Используя графики, решите систему уравнений $\begin{cases} y - x^2 = 0, \\ y - \sqrt{x} = 0. \end{cases}$



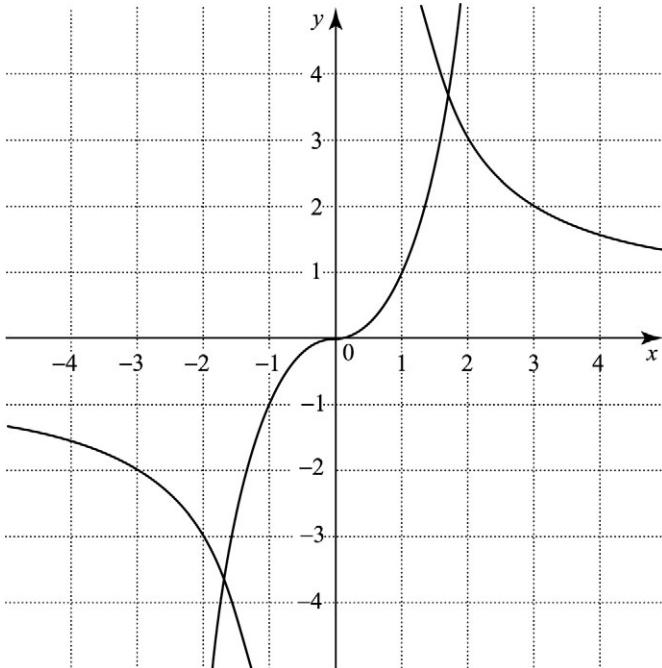
Ответ: _____.

13. На рисунке изображены графики функций $y = -x^2 + 2$ и $y = \frac{4}{x}$. Используя графики, решите систему уравнений
- $$\begin{cases} y + x^2 = 2, \\ y - \frac{4}{x} = 0. \end{cases}$$



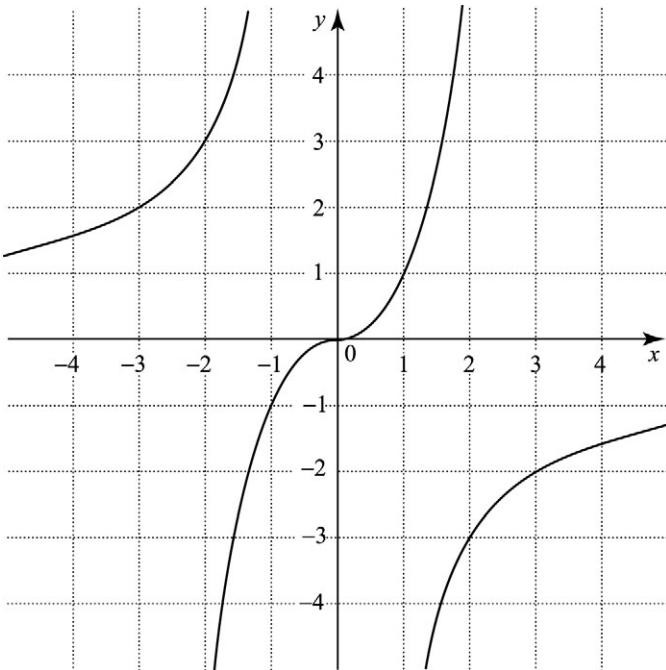
Ответ: _____.

14. На рисунке изображены графики функций $y=x^3$ и $y=\frac{6}{x}$. Используя графики, укажите число решений системы уравнений $\begin{cases} y = \frac{6}{x}, \\ y - x^3 = 0. \end{cases}$



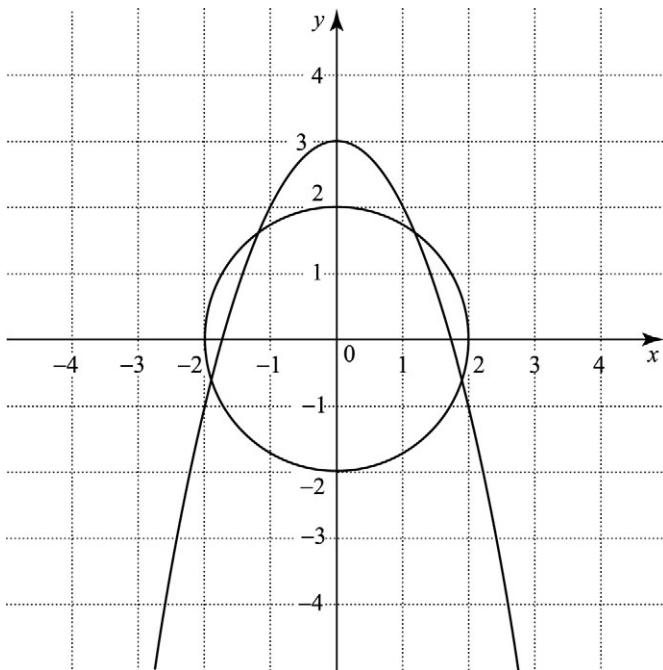
Ответ: _____.

15. На рисунке изображены графики функций $y=x^3$ и $y=-\frac{6}{x}$. Используя графики, укажите число решений системы уравнений $\begin{cases} y + \frac{6}{x} = 0, \\ y - x^3 = 0. \end{cases}$



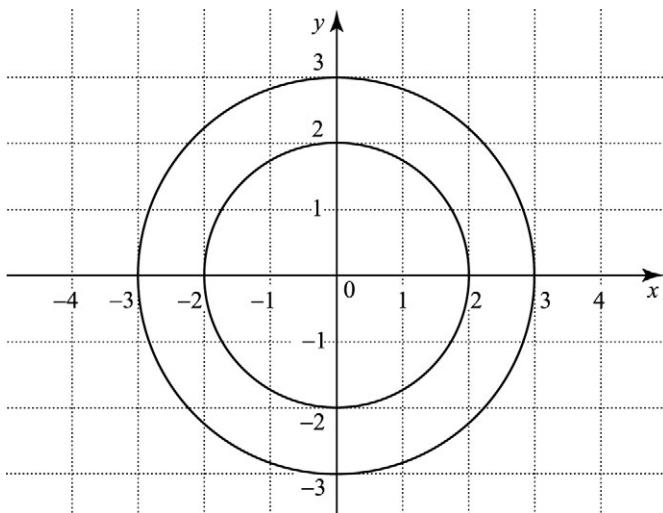
Ответ: _____.

16. На рисунке изображены графики уравнений $y = -x^2 + 3$ и $x^2 + y^2 = 4$. Используя графики, укажите число решений системы уравнений $\begin{cases} y = -x^2 + 3, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$



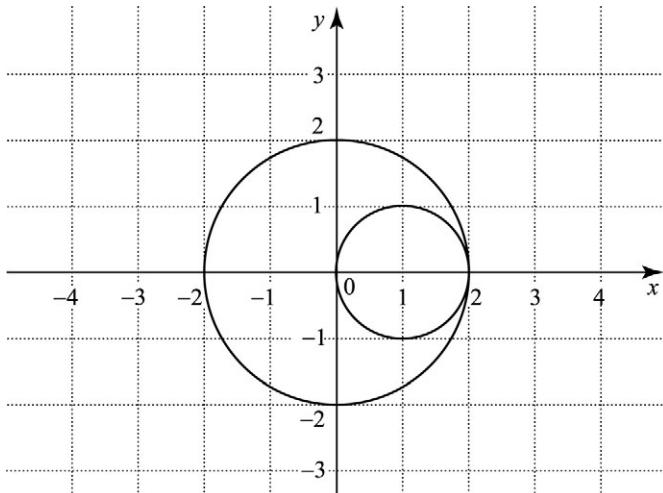
Ответ: _____.

17. На рисунке изображены графики уравнений $x^2 + y^2 = 9$ и $x^2 + y^2 = 4$. Используя графики, укажите число решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$



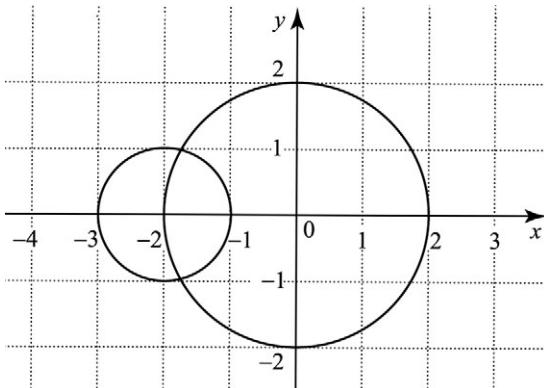
Ответ: _____.

18. На рисунке изображены графики уравнений $(x-1)^2+y^2=1$ и $x^2+y^2=4$. Используя графики, решите систему уравнений $\begin{cases} (x-1)^2+y^2=1, \\ x^2+y^2=4. \end{cases}$



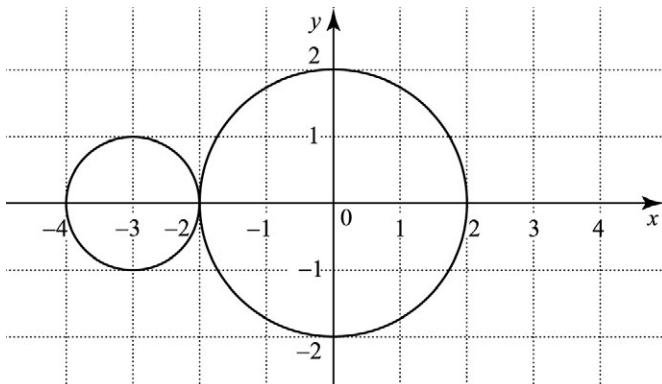
Ответ: _____.

19. На рисунке изображены графики уравнений $(x+2)^2 + y^2 = 1$ и $x^2 + y^2 = 4$. Используя графики, укажите число решений системы уравнений
- $$\begin{cases} (x+2)^2 + y^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$$



Ответ: _____.

20. На рисунке изображены графики уравнений $(x+3)^2 + y^2 = 1$ и $x^2 + y^2 = 4$. Используя графики, решите систему уравнений
- $$\begin{cases} (x+3)^2 + y^2 = 1, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$$



Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

- 21.** Используя графики функций $y=x^3$ и $y=-x^2-2$, укажите число решений системы уравнений $\begin{cases} y - x^3 = 0, \\ y + x^2 + 2 = 0. \end{cases}$
- 22.** Используя графики уравнений $x^2+y^2=4$ и $y=x$, укажите число решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y - x = 0. \end{cases}$
- 23.** Используя графики уравнений $x^2+y^2=4$ и $y=-x^2+2$, укажите число решений системы уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y + x^2 = 2. \end{cases}$
- 24.** Используя графики уравнений, решите систему уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ (x-2)^2 + (y-2)^2 = 4. \end{cases}$
- 25.** Используя графики уравнений, решите систему уравнений $\begin{cases} y - \sqrt{x} = 0, \\ y - (x-4)^3 - 2 = 0. \end{cases}$
- 26.** Используя графики уравнений, решите систему уравнений $\begin{cases} y = |x|, \\ y = -x^2 + 2. \end{cases}$
- 27.** Используя графики, определите число решений системы $\begin{cases} xy = 4, \\ y = -|x|. \end{cases}$

28. Используя графики, определите число решений системы $\begin{cases} x = y^2, \\ y = x^2. \end{cases}$
29. Используя графики, определите число решений системы $\begin{cases} |x| - |y| = 0, \\ x^2 + y^2 = 9. \end{cases}$
30. Используя графики, определите число решений системы $\begin{cases} |x| + |y| = 4, \\ x^2 + y^2 = 4. \end{cases}$

4.3. Системы уравнений с параметром

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

1. При каких значениях m система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = m \end{cases}$ имеет единственное решение?
2. При каких значениях m система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = m \end{cases}$ имеет единственное решение?
3. При каких значениях m система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = m \end{cases}$ имеет единственное решение?
4. При каких значениях m система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ y = m \end{cases}$ имеет единственное решение?

5. При каких значениях m система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ x^2 + (y - 4)^2 = m^2 \end{cases}$ имеет единственное решение?
6. При каких значениях b система $\begin{cases} x^2 - y = 1, \\ x + y = b \end{cases}$ имеет единственное решение?
7. При каких значениях b система $\begin{cases} x^2 + y^2 = 9, \\ x = b + 4 \end{cases}$ не имеет решений?
8. При каких значениях b система $\begin{cases} y = |x| + 2, \\ y = bx \end{cases}$ не имеет решений?
9. При каких значениях b система $\begin{cases} y = |x| + 2, \\ y = b|x| \end{cases}$ не имеет решений?
10. При каких значениях b система $\begin{cases} |x| + |y| = 4, \\ y = x^2 - b \end{cases}$ не имеет решений?

4.4. Текстовые задачи

Часть 1

- Произведение двух положительных чисел равно 72. Найдите эти числа, если одно из них на 6 больше другого.
- Произведение двух положительных чисел равно 60. Найдите эти числа, если разность их равна 4.
- Сумма двух положительных чисел в 5 раз больше их разности. Найдите эти числа, если разность их квадратов равна 20.

4. Разность квадратов двух чисел равна 119. Если из удвоенного первого числа вычесть второе число, то получится 19. Найдите эти числа.
5. Если числитель обыкновенной дроби увеличить на 3, а знаменатель увеличить на 2, то получится дробь, равная 1. Если знаменатель оставить без изменений, а числитель возвести в квадрат, то получится дробь, равная 2,25. Найдите эту дробь.
6. Если числитель обыкновенной дроби увеличить на 3, а знаменатель увеличить на 1, то получится дробь, равная 1. Если знаменатель оставить без изменений, а числитель возвести в квадрат, то получится дробь, равная 0,8. Найдите эту дробь.
7. На турбазе имеются палатки и домики; всего их 25. В каждом домике живут 4 человека, а в палатке 2 человека. Сколько на турбазе палаток и сколько домиков, если там отдыхают 70 человек?
8. На одно платье и 3 сарафана пошло 9 м ткани, а на 3 таких же платья и 5 таких же сарафанов — 19 м ткани. Сколько ткани потребуется на одно платье и сколько на сарафан?
9. В зале расставили одинаковыми рядами 48 стульев. Рядов оказалось на 8 больше, чем стульев в каждом ряду. Сколько стульев в каждом ряду и сколько всего рядов?
10. Периметр прямоугольника равен 46 см, а его диагональ равна 17 см. Найдите стороны прямоугольника.
11. Периметр прямоугольного треугольника равен 30 см, а его гипотенуза равна 13 см. Найдите катеты треугольника.

12. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 17 см. Если один из катетов уменьшить на 9 см, то гипотенуза уменьшится на 7 см. Найдите меньший катет исходного треугольника.
13. Для распечатки 302 страниц были использованы две копировальные машины. Первая машина работала 8 минут, вторая — 10 минут. Сколько страниц в минуту печатает первая машина, если первая печатает в минуту на 4 страницы больше, чем вторая?
14. Двое рабочих изготавливают по одинаковому количеству деталей. Первый выполнил эту работу за 6 ч, второй за 4 ч, так как изготавливал в час на 14 деталей больше первого. Сколько деталей изготовил второй рабочий за 1 ч?
15. Два велосипедиста отправляются навстречу друг другу одновременно из двух пунктов, расстояние между которыми равно 54 км, и встречаются через 2 ч. Определите скорость каждого велосипедиста, если скорость первого на 3 км/ч больше, чем второго.
16. Два пешехода отправляются навстречу друг другу одновременно из двух пунктов, расстояние между которыми равно 50 км, и встречаются через 5 ч. Определите скорость каждого пешехода, если скорость первого на 2 км/ч больше, чем скорость второго.
17. Из города А вышли одновременно два туриста. Один направился на юг, а другой на запад. Через час расстояние между ними стало равно 5 км, причем первый турист прошел на 1 км больше, чем второй. С какой скоростью шел второй турист?

18. Из города В вышли одновременно два лыжника. Один направился на север, а другой на восток. Через 2 часа расстояние между ними стало равно 20 км, причем первый лыжник прошел на 4 км больше, чем второй. С какой скоростью шел первый лыжник?
19. Вкладчик положил в сбербанк 10 000 рублей из расчета 1% годовых. Каким будет его вклад через 1 год?
20. Вкладчик положил в сбербанк 5000 рублей из расчета 3% годовых. Каким будет его вклад через 1 год?

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. Вкладчик положил в сбербанк 10 000 рублей из расчета 1% годовых. Каким будет его вклад через 2 года?
22. Вкладчик положил в сбербанк 1000 рублей из расчета 5% годовых. Каким будет его вклад через 2 года?
23. Из городов А и В, расстояние между которыми равно 700 км, выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля, скорость одного из них была на 4 км/ч больше скорости другого. Через 5 часов автомобили оказались на расстоянии 50 км друг от друга. С какой скоростью ехал каждый автомобиль?
24. Из городов С и В, расстояние между которыми равно 320 км, выехали одновременно навстречу друг другу два мотоциклиста, скорость одного из них была на 5 км/ч больше скорости другого. Через 4 часа мотоциклисты оказались на расстоянии 20 км друг от друга. С какой скоростью ехал каждый мотоциклист?

25. Две трубы при совместном действии могут наполнить бассейн за 4 часа. Если бы сначала первая труба наполнила половину бассейна, а затем ее перекрыли и открыли вторую, то наполнение бассейна было бы закончено за 9 часов. За сколько часов может наполнить бассейн каждая труба в отдельности?
26. Две машины, работая вместе, могут очистить от снега улицу за 12 ч. Если сначала первая машина выполнила половину работы, а затем вторая закончила бы уборку снега, то на всю работу ушло бы 25 ч. За сколько часов может очистить улицу каждая машина, работая отдельно?
27. На строительстве стены первый каменщик работал 5 дней один. Затем к нему присоединился второй каменщик, и они вместе закончили работу через 4 дня. Известно, что первому каменщику потребовалось бы на выполнение этой работы на 5 дней больше, чем второму. За сколько дней может построить эту стену каждый каменщик в отдельности?
28. Чтобы перепечатать рукопись, первая машинистка сначала работала 3 дня одна. Затем к ней присоединилась вторая машинистка, и они вместе работали еще 5 дней. Известно, что первой машинистке на выполнение всей работы потребовалось бы на 3 дня меньше, чем второй. За какое время могла бы перепечатать эту рукопись каждая машинистка, работая отдельно?
29. Найдите двузначное число, если это число на 81 больше суммы своих цифр, а цифра его десятков на 5 больше цифры единиц.
30. Найдите двузначное число, если это число на 54 больше суммы своих цифр, а цифра его единиц на 2 меньше цифры десятков.

5. ПРОГРЕССИИ

5.1. Арифметическая прогрессия

Часть 1

1. Найдите первый член арифметической прогрессии $a_1; 2; -3; \dots$

Ответ: _____.

2. Найдите первый член арифметической прогрессии $a_1; 3; -2; \dots$

Ответ: _____.

3. Найдите разность арифметической прогрессии $0,2; \frac{3}{5}; \dots$

Ответ: _____.

4. Найдите разность арифметической прогрессии $0,3; \frac{4}{5}; \dots$

Ответ: _____.

5. Найдите восьмой член арифметической прогрессии $a_n = 5 - 0,5n$.

Ответ: _____.

6. Найдите десятый член арифметической прогрессии $a_n = 3 - 0,2n$.

Ответ: _____.

7. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = 1$, $a_2 = 2,5$. Найдите девятый член этой прогрессии.

Ответ: _____.

8. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = 2$, $a_2 = 4,5$. Найдите седьмой член этой прогрессии.

Ответ: _____.

9. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1=1$, $a_3=7$. Найдите девятый член этой прогрессии.
- Ответ: _____.
10. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1=2$, $a_3=10$. Найдите восьмой член этой прогрессии.
- Ответ: _____.
11. Какое число не является членом арифметической прогрессии 5; 8; ...?
- 1) 53
2) 62
3) 74
4) 82
12. Какое число не является членом арифметической прогрессии 6; 10; ...?
- 1) 54
2) 62
3) 76
4) 86
13. Найдите сумму десяти первых членов арифметической прогрессии 4; 1; ...
- Ответ: _____.
14. Найдите сумму девяти первых членов арифметической прогрессии 5; 1; ...
- Ответ: _____.
15. Ракета за первую секунду пролетела 300 метров. За каждую следующую секунду ракета пролетала на 200 м больше, чем за предыдущую. Какое расстояние (в километрах) пролетела ракета за шестую секунду?
- Ответ: _____.

16. Ракета за первую секунду пролетела 300 м. За каждую следующую секунду ракета пролетала на 200 м больше, чем за предыдущую. Какое расстояние (в метрах) пролетела ракета за шесть секунд?

Ответ: _____.

17. Поезд за первую минуту прошел 200 м. За каждую следующую минуту поезд проходил на 100 м больше, чем за предыдущую. Какое расстояние (в метрах) прошел поезд за n -ю минуту?

- 1) $100n + 200$
- 2) $100n + 100$
- 3) $200n + 100$
- 4) $200n + 200$

18. Поезд за первую минуту прошел 200 м. За каждую следующую минуту поезд проходил на 100 метров больше, чем за предыдущую. Какое расстояние (в километрах) прошел поезд за седьмую минуту?

Ответ: _____.

19. Поезд за первую минуту прошел 200 м. За каждую следующую минуту поезд проходил на 100 м больше, чем за предыдущую. Какое расстояние (в метрах) прошел поезд за семь минут?

Ответ: _____.

20. Бригада в январе изготавлила 8 деталей, а в каждый следующий месяц изготавливала на 2 детали больше, чем в предыдущий. Сколько деталей бригада изготавлила за год?

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. Длины сторон треугольника образуют арифметическую прогрессию ($AB < AC < BC$). Периметр треугольника ABC равен 36 см. Найдите длину стороны AC .
22. Длины сторон треугольника ABC образуют арифметическую прогрессию ($AB < AC < BC$). Периметр треугольника ABC равен 48 см. Найдите длину стороны AC .
23. Сколько отрицательных членов содержит арифметическая прогрессия (a_n): $-16; 15,7; \dots$?
24. Даны арифметическая прогрессия: $13,3; 12,9\dots$. Сколько положительных членов она содержит?
25. Между числами 3 и 47 вставьте такие три числа, которые вместе с данными числами образуют арифметическую прогрессию. В ответе запишите найденные три числа.
26. Между числами 58 и 10 вставьте такие три числа, которые вместе с данными числами образуют арифметическую прогрессию. В ответе запишите найденные три числа.
27. Сумма второго, восьмого и одиннадцатого членов арифметической прогрессии равна 69. Найдите седьмой член этой прогрессии.
28. Найдите десятый член арифметической прогрессии, если сумма третьего, восьмого и девятнадцатого членов прогрессии равна 72.
29. Найдите сумму всех четных двузначных чисел, кратных 3, но не кратных 7.

30. Найдите сумму всех натуральных чисел, не превосходящих 150, которые при делении на 4 дают остаток 1.

5.2. Геометрическая прогрессия

Часть 1

1. Найдите первый член геометрической прогрессии a_1 ; 2; 8; ...

Ответ: _____.

2. Найдите первый член геометрической прогрессии a_1 ; 2; 10; ...

Ответ: _____.

3. Найдите знаменатель геометрической прогрессии 0,02; 0,2; ...

Ответ: _____.

4. Найдите знаменатель геометрической прогрессии 0,03; 0,3; ...

Ответ: _____.

5. Найдите четвертый член геометрической прогрессии 128; 64; ...

Ответ: _____.

6. Найдите пятый член геометрической прогрессии 81; 27; ...

Ответ: _____.

7. Найдите шестой член геометрической прогрессии 96; -48; ...

Ответ: _____.

8. Найдите четвертый член геометрической прогрессии
 $81; -27; \dots$

Ответ: _____.

9. Найдите третий член геометрической прогрессии
 $b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$.

Ответ: _____.

10. Найдите четвертый член геометрической прогрессии
 $b_n = 2 \cdot 3^{n-1}$.

Ответ: _____.

11. Найдите пятый член геометрической прогрессии
 $b_n = 10 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n$.

Ответ: _____.

12. Найдите третий член геометрической прогрессии
 $b_n = 6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n$.

Ответ: _____.

13. Какое число не является членом геометрической прогрессии $2; 4; \dots$?

- 1) 8
- 2) 12
- 3) 16
- 4) 32

14. Какое число не является членом геометрической прогрессии $1; 3; \dots$?

- 1) 9
- 2) 27
- 3) 54
- 4) 81

15. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии 4; 8; ...

Ответ: _____.

16. Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии 3; 6; ...

Ответ: _____.

17. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии 4; -8; ...

Ответ: _____.

18. Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии 3; -6; ...

Ответ: _____.

19. В геометрической прогрессии (b_n) $b_2 = 2$, $b_4 = 6$. Найдите b_6 .

Ответ: _____.

20. В геометрической прогрессии (b_n) $b_3 = 2$, $b_5 = 8$. Найдите b_7 .

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. Между числами 3 и 48 вставьте такие три числа, которые вместе с данными числами образовывали бы геометрическую прогрессию.

22. Между числами 1 и 81 вставьте такие три числа, которые вместе с данными числами образовывали бы геометрическую прогрессию.

- 23.** Найдите первый член геометрической прогрессии, если известно, что сумма первых четырех членов прогрессии равна 75, а знаменатель прогрессии равен 2.
- 24.** Найдите первый член геометрической прогрессии, если известно, что сумма четырех первых членов прогрессии равна 90, а знаменатель прогрессии равен 2.
- 25.** Вычислите сумму геометрической прогрессии
$$S = 1 + \frac{1}{5} + \frac{1}{25} + \dots$$
- 26.** Вычислите сумму геометрической прогрессии
$$S = 1 + \frac{1}{6} + \frac{1}{36} + \dots$$
- 27.** В возрастающей геометрической прогрессии (b_n) известно, что $b_1 + b_4 = 27$, $b_2 \cdot b_3 = 72$. Найдите b_4 .
- 28.** В возрастающей геометрической прогрессии (b_n) известно, что $b_1 + b_5 = 34$, $b_2 \cdot b_4 = 64$. Найдите b_5 .
- 29.** Четыре числа образуют геометрическую прогрессию. Если к ним прибавить соответственно 2, 5, 7 и 7, то получим четыре числа, образующих арифметическую прогрессию. Найдите числа, образующие геометрическую прогрессию.
- 30.** Четыре числа образуют геометрическую прогрессию. Если из этих чисел вычесть соответственно 1, 2, 11, 44, то получим четыре числа, образующих арифметическую прогрессию. Найдите числа, образующие арифметическую прогрессию.

6. СТЕПЕНЬ**6.1. Корень n -й степени****Часть 1**

1. Вычислите: $\sqrt[4]{16}$.

Ответ: _____.

2. Решите уравнение $x^4=16$.

Ответ: _____.

3. Решите уравнение $x^4=-16$.

Ответ: _____.

4. Вычислите: $\sqrt[3]{64}$.

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $x^3 = 64$.

Ответ: _____.

6. Решите уравнение $x^3=-64$.

Ответ: _____.

7. Вычислите: $\sqrt[4]{81 \cdot 0,0001}$.

1) $\pm 0,3$

3) $0,3$

2) $-0,3$

4) $0,9$

8. Вычислите: $\sqrt[3]{125 \cdot 0,001}$.

Ответ: _____.

9. Вычислите: $\sqrt[3]{0,9} \cdot \sqrt[3]{-0,03}$.

1) $-0,9$

3) $0,9$

2) $-0,3$

4) $0,3$

10. Вычислите: $\sqrt[3]{25} \cdot \sqrt[3]{5}$.

Ответ: _____.

11. Вычислите: $\sqrt[4]{54} \cdot \sqrt[4]{24}$.

- | | |
|------|-------|
| 1) 2 | 3) 6 |
| 2) 3 | 4) 12 |

12. Вычислите: $\sqrt[4]{0,08} \cdot \sqrt[4]{0,02}$.

Ответ: _____.

13. Вычислите: $\sqrt[5]{81 \cdot 96}$.

Ответ: _____.

14. Вычислите: $\sqrt[3]{25 \cdot 135}$.

Ответ: _____.

15. Вычислите: $\sqrt[3]{-4\frac{17}{27}}$.

- | | |
|-------------------|---------------------|
| 1) $-\frac{5}{3}$ | 3) $\pm\frac{5}{3}$ |
| 2) $\frac{5}{3}$ | 4) $-\frac{5}{23}$ |

16. Вычислите: $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}$.

Ответ: _____.

17. Вычислите: $(-\sqrt[6]{17})^6$.

- | | |
|----------|-----------------|
| 1) -17 | 3) $-\sqrt{17}$ |
| 2) 17 | 4) $\sqrt{17}$ |

18. Вычислите: $\left(\sqrt[3]{-3}\right)^3$.

Ответ: _____.

19. Вычислите: $\frac{\sqrt[3]{128}}{\sqrt[3]{2}}$.

Ответ: _____.

20. Вычислите: $\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{243}}$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. Вычислите: $\sqrt[7]{2^4 \cdot 5^3} \cdot \sqrt[7]{2^{10} \cdot 5^4}$.

22. Вычислите: $\sqrt[5]{2^2 \cdot 3^2} \cdot \sqrt[5]{2^8 \cdot 3^3}$.

23. Найдите область определения выражения $\sqrt[6]{x^2 - 144}$.

24. Найдите область определения выражения $\sqrt[4]{196 - x^2}$.

25. Упростите выражение $\frac{4\sqrt[4]{9k} - 2\sqrt{9k}}{-2 + \sqrt[4]{9k}} : \sqrt[4]{9k}$.

26. Упростите выражение $\frac{3\sqrt[3]{8m} - 6\sqrt[6]{8m}}{2 - \sqrt[6]{8m}} : \sqrt[6]{8m}$.

27. Найдите значение выражения $\sqrt[3]{8a^3} + \sqrt[4]{a^4}$ при $a = -0,2$.

28. Найдите значение выражения $\sqrt[5]{32a^5} + \sqrt[4]{a^4}$ при $a = -0,4$.

29. Решите уравнение $(x+1) \cdot \sqrt[4]{2x^2 + 5x + 2} = 0$.

30. Решите уравнение $(x-1) \cdot \sqrt[4]{2x^2 - 5x + 2} = 0$.

6.2. Степень с рациональным показателем

Часть 1

1. Вычислите: $64^{\frac{1}{3}}$.

Ответ: _____.

2. Вычислите: $125^{\frac{1}{3}}$.

Ответ: _____.

3. Представьте в виде степени с рациональным показа-

телем $x^{\frac{2}{3}} x^{-\frac{1}{6}}$.

1) $x^{\frac{5}{6}}$

3) $x^{\frac{1}{2}}$

2) $x^{\frac{1}{3}}$

4) $x^{-\frac{1}{9}}$

4. Представьте в виде степени с рациональным показа-

телем $a^{\frac{3}{4}} a^{-\frac{1}{8}}$.

Ответ: _____.

5. Представьте в виде степени с рациональным показателем $m^{\frac{3}{4}} : m^{\frac{1}{2}}$.

1) $m^{\frac{3}{2}}$

2) $m^{\frac{1}{2}}$

3) $m^{\frac{3}{8}}$

4) $m^{\frac{5}{4}}$

6. Представьте в виде степени с рациональным показателем $k^{\frac{5}{6}} : k^{\frac{1}{3}}$.

Ответ: _____.

7. Представьте в виде степени с рациональным показателем $(p^{-\frac{2}{21}})^7$.

Ответ: _____.

8. Представьте в виде степени с рациональным показателем $(y^{-\frac{5}{18}})^3$.

Ответ: _____.

9. Представьте в виде степени с рациональным показателем $\frac{a^{1,4}}{a^{-0,6}}$.

Ответ: _____.

10. Представьте в виде степени с рациональным показателем $\frac{d^{2,5}}{d^{-0,5}}$.

Ответ: _____.

11. Решите уравнение $x^{\frac{1}{4}} = 2$.

1) $2^{\frac{1}{4}}$

2) $\pm 2^{\frac{1}{4}}$

3) ± 16

4) 16

12. Решите уравнение $x^{\frac{1}{4}} = 3$.

Ответ: _____.

13. Решите уравнение $x^{\frac{1}{4}} = -2$.

Ответ: _____.

14. Решите уравнение $\sqrt[4]{x} = -2$.

Ответ: _____.

15. Решите уравнение $x^{\frac{1}{3}} = -2$.

Ответ: _____.

16. Решите уравнение $\sqrt[3]{x} = -2$.

Ответ: _____.

17. Установите соответствие между уравнениями и множествами их корней

А. $x^{0,5} = 2$

Б. $x^2 = 2$

В. $x^{\frac{1}{3}} = 2$

1) $\pm\sqrt{2}$

2) 8

3) 4

4) 2

18. Установите соответствие между уравнениями и множествами их корней

А. $x^{0,5} = 3$

Б. $x^2 = 3$

В. $x^{\frac{1}{3}} = 3$

1) 27

2) 9

3) 3

4) $\pm\sqrt{3}$

19. Вычислите: $(1 - 6^{0,5})(1 + 6^{0,5})$.

Ответ: _____.

20. Вычислите: $(7^{0,5} + 1)(1 - 7^{0,5})$.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

21. Вычислите $(3 + 2^{0,5})^2 - 6 \cdot 2^{0,5}$.

22. Вычислите: $(3^{0,5} - 2)^2 + 4 \cdot 3^{0,5}$.

23. Решите уравнение $x^{\frac{3}{4}} = 2$.

24. Решите уравнение $x^{\frac{3}{4}} = 3$.

25. Вычислите: $40^{\frac{1}{3}} + 34 - 2\sqrt[3]{5}$.

26. Вычислите: $54^{\frac{1}{3}} + 28 - 3\sqrt[3]{2}$.

27. Упростите выражение $\frac{9x-y}{3x+x^{0,5}y^{0,5}}$ и найдите его значение при $x=100$ и $y=0,04$.

28. Упростите выражение $\frac{4x-y}{2x+x^{0,5}y^{0,5}}$ и найдите его значение при $x=100$ и $y=0,09$.

29. Упростите выражение $\frac{\sqrt{a} - 16\sqrt{b}}{(a^{\frac{1}{8}} + 2b^{\frac{1}{8}})^2 + (a^{\frac{1}{8}} - 2b^{\frac{1}{8}})^2}$ и найдите его значение при $a = \frac{1}{16}$, $b = 81$.

30. Упростите выражение $\frac{\sqrt{a} - 81\sqrt{b}}{(a^{\frac{1}{8}} - 3b^{\frac{1}{8}})^2 + (a^{\frac{1}{8}} + 3b^{\frac{1}{8}})^2}$ и найдите его значение при $a = 16$, $b = 81$.

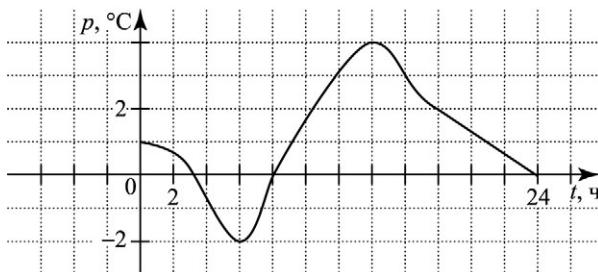
ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Вариант 1

Часть 1

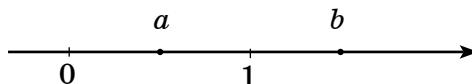
1. Найдите значение выражения: $2,8 \cdot \frac{5}{7} - 0,18 : 1\frac{1}{2}$.
Ответ: _____.

2. На рисунке изображен график зависимости температуры воздуха p (в $^{\circ}\text{C}$) от времени суток t (в часах). Найдите разность между наибольшим значением температуры и наименьшим.



Ответ: _____.

3. Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке убывания числа: 0; $a - 1$; 1; b .



Ответ: _____.

4. Вычислите: $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{0,32}$.

Ответ: _____.

5. На графике жирными точками показаны цены одной акции автомобильного завода в период с 5 по 10 октября 2011 года (в рублях за акцию). Для наглядности жирные точки на графике соединены линией.

Брокер купил 5 октября 60 акций и продал все акции 9 октября. Чему равна прибыль брокера?



Ответ: _____.

6. Решите уравнение: $\frac{2x^2 - 7x - 9}{x + 1} = 0$.

Ответ: _____.

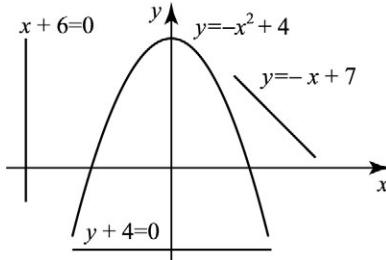
7. В треугольнике BOA проведены биссектрисы BK и OP , пересекающиеся в точке M , причем $\angle OMB = 102^\circ$. Найдите угол BAO .

Ответ: _____.

8. Решите неравенство: $5x - 2(x - 1) \geq 17 + 4x$.

Ответ: _____.

9. На рисунке изображены парабола и три прямые. Укажите систему уравнений, которая имеет единственное решение.



1) $\begin{cases} y = -x^2 + 4, \\ y = -x + 7. \end{cases}$

3) $\begin{cases} y = -x^2 + 4, \\ x + 6 = 0. \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = -x^2 + 4, \\ y + 4 = 0. \end{cases}$

4) все три указанные системы

- 10.** В барабане лежат одинаковые на ощупь шары лотереи с номерами от 1 до 36. Какова вероятность того, что вынутый наудачу шар окажется с номером, большим 25?

Ответ: _____.

- 11.** Укажите номера неверных утверждений.

1) В трапеции диагонали равны.

2) Площадь параллелограмма равна произведению его основания на высоту.

3) Отношение площадей двух подобных треугольников равно коэффициенту подобия.

4) Отношение периметров двух подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.

Ответ: _____.

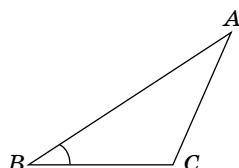
- 12.** Периметр прямоугольного треугольника равен 48 см, а его гипотенуза равна 20 см. Найдите катеты треугольника.

Ответ: _____.

- 13.** Найдите сумму шести первых членов арифметической прогрессии (a_n), в которой $a_3=10$, $a_7=8$.

Ответ: _____.

- 14.** Найдите площадь треугольника ABC , если $AB=8$, $BC=3\sqrt{3}$, $\angle ABC=60^\circ$.



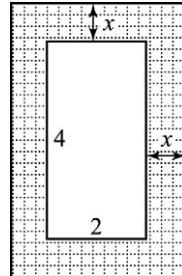
Ответ: _____.

15. Упростите выражение $\frac{m}{m+n} + \frac{n}{m-n}$ и найдите его значение при $m = \sqrt{10}$, $n = \sqrt{5}$.

Ответ: _____.

16. На одном и том же расстоянии от стен комнаты прямоугольной формы площадью 48 м^2 находится ковер размерами $4 \text{ м} \times 2 \text{ м}$. Каково расстояние от ковра до стен комнаты? Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.

- 1) $(2x+2)(2x+4)=48$
- 2) $(x+2)(x+4)=48$
- 3) $4(2x+2)=48$
- 4) $2(x+3)(x+4)=48$



При выполнении заданий 17–18 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите ответ.

17. Постройте график функции $y = \frac{4}{x}$. При каких значениях x функция принимает значения, меньшие 1?
18. Вкладчик положил в сбербанк 5000 рублей из расчета 4% годовых. Каким будет его вклад через два года?

Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

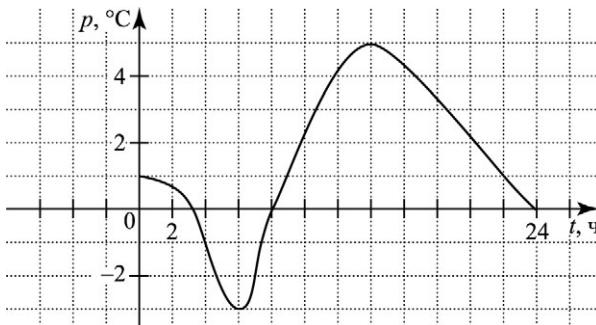
19. Сократите дробь $\frac{144^5 \cdot 2^6 \cdot 7^{n-4}}{288^4 \cdot 7^{n-5}}$.

20. В четырехугольнике $ABCD$ $AB \parallel CD$ и $\angle A = \angle C$. Докажите, что $ABCD$ — параллелограмм.
21. Из городов М и А, расстояние между которыми равно 40 км, вышли одновременно навстречу друг другу два лыжника, скорость одного из них была на 2 км/ч больше скорости другого. Через 2 часа лыжники оказались на расстоянии 8 км друг от друга. С какой скоростью шел каждый лыжник?
22. Найдите, при каких значениях параметра a уравнение $ax^2 - 2x + 5 = 0$ имеет два различных корня.
23. Найдите площадь равнобедренной трапеции, диагональ которой равна $8\sqrt{2}$ и составляет с основанием угол 45° .

Вариант 2**Часть 1**

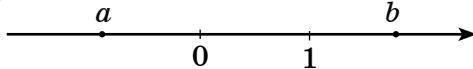
1. Найдите значение выражения: $1,2 \cdot \frac{5}{6} - 0,18 : 1\frac{2}{7}$.
 Ответ: _____.

2. На рисунке изображен график зависимости температуры воздуха p (в $^{\circ}\text{C}$) от времени суток t (в часах). Найдите разность между наибольшим значением температуры и наименьшим.



Ответ: _____.

3. Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания числа:
 $0; a; 1; \frac{1}{b}$.



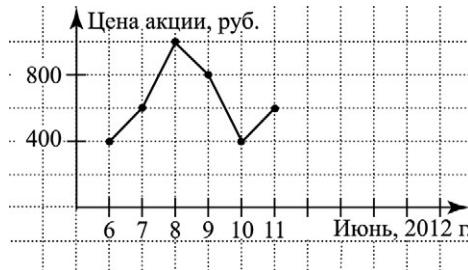
Ответ: _____.

4. Вычислите: $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{0,08}$.

Ответ: _____.

5. На графике жирными точками показаны цены одной акции завода в период с 6 по 11 июня 2011 года (в рублях за акцию). Для наглядности жирные точки на графике соединены линией.

Брокер купил 6 июня 40 акций и продал все акции 11 июня. Чему равна прибыль брокера?



Ответ: _____.

6. Решите уравнение: $\frac{2x^2 - 3x - 14}{x + 2} = 0$.

Ответ: _____.

7. В треугольнике TES проведены биссектрисы TK и EP , пересекающиеся в точке A , причем $\angle EAT = 98^\circ$. Найдите угол TSE .

Ответ: _____.

8. Решите неравенство: $x^2 - 1\frac{7}{9} \leq 0$

Ответ: _____.

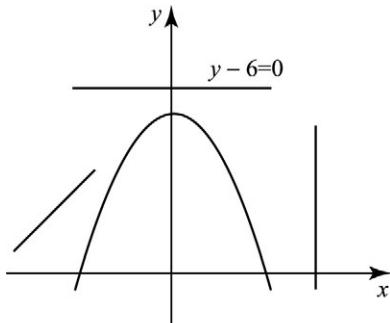
9. На рисунке изображены парабола и три прямые. Укажите систему уравнений, которая не имеет решений.

1) $\begin{cases} y = -x^2 + 5, \\ y = x + 2. \end{cases}$

2) $\begin{cases} y = -x^2 + 5, \\ y - 6 = 0. \end{cases}$

3) $\begin{cases} y = -x^2 + 5, \\ x - 4 = 0. \end{cases}$

4) все три указанные системы



10. В барабане лежат одинаковые на ощупь шары лотереи с номерами от 1 до 36. Какова вероятность того, что вынутый наудачу шар окажется с номером, меньшим 14?

Ответ: _____.

11. Укажите номера неверных утверждений.

- 1) Если квадрат и ромб имеют равные стороны, то их площади равны.
- 2) Если квадрат и ромб имеют равные площади, то их стороны равны.
- 3) Два равносторонних треугольника подобны.
- 4) Два равнобедренных треугольника подобны.

12. Периметр прямоугольного треугольника равен 30 см, а его гипотенуза равна 13 см. Найдите катеты треугольника.

Ответ: _____.

13. Найдите сумму шести первых членов арифметической прогрессии (a_n), если известно, что $a_4 = -9$, $a_8 = -7$.

Ответ: _____.

14. Найдите площадь треугольника NAM , если $NA = 4\sqrt{2}$, $AM = 4$, $\angle NAM = 45^\circ$.



Ответ: _____.

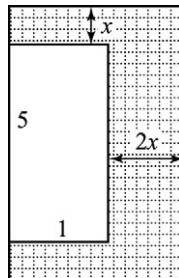
15. Упростите выражение $\frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b}$ и найдите его значение при $a = \sqrt{7}$, $b = \sqrt{2}$.

16. Балкон имеет форму прямоугольника.

С двух меньших сторон он утеплен одним слоем утеплителя, а с третьей стороны — двумя слоями. Площадь всего балкона 12 м^2 . После утепления балкон имеет размеры $1 \text{ м} \times 5 \text{ м}$.

Какую толщину имеет слой утеплителя? Выберите уравнение, соответствующее условию задачи.

- 1) $12 = (2x + 5)(1 + x)$
- 2) $12 = (x + 5)(x + 1)$
- 3) $12 = 5x + x$
- 4) $12 = (2x + 5)(2x + 1)$



При выполнении заданий 17–18 используйте отдельный лист.
Сначала укажите номер задания, а затем запишите ответ.

17. Построить график функции $y = \frac{6}{x}$. При каких значениях x функция принимает значения, большие (-3) ?

18. Вкладчик положил в сбербанк $10\ 000$ рублей из расчета 3% годовых. Каким будет его вклад через два года?

Часть 2

При выполнении заданий 19–23 используйте отдельный лист.
Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите четко и разборчиво.

19. Сократите дробь $\frac{64^5 \cdot 3^5 \cdot 7^{n-5}}{192^4 \cdot 7^{n-6}}$.

20. В четырехугольнике $ABCD$ $\angle ABC = \angle ADC$ и $\angle ABC + \angle BCD = 180^\circ$. Докажите, что $ABCD$ — параллелограмм.

21. Из городов А и В, расстояние между которыми равно 700 км, выехали одновременно навстречу друг другу два автомобиля, скорость одного из них была на 4 км/ч больше скорости другого. Через 5 часов автомобили оказались на расстоянии 50 км друг от друга. С какой скоростью ехал каждый автомобиль?
22. При каких значениях параметра a уравнение $ax^2 + 2x - 4 = 0$ имеет единственный корень?
23. Найдите площадь равнобедренной трапеции, диагональ которой равна 6 и составляет с основанием угол 30° .

Приложение

ЗАДАНИЯ ДЛЯ УРОКОВ ОБОБЩЕНИЯ И ПОВТОРЕНИЯ

Урок 1 ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ

Свойства степени с целым показателем

(m, n — целые числа, $a \neq 0$)

$$1) a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$2) a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$3) (a^m)^n = a^{mn}$$

$$4) (ab)^m = a^m \cdot b^m \quad (b \neq 0)$$

$$5) \left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m} \quad (b \neq 0)$$

Свойства арифметического квадратного корня ($a \geq 0$)

$$1) \sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, b \geq 0$$

$$2) \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, b > 0$$

Формулы сокращенного умножения

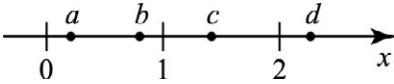
$$1) (a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

$$2) (a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$3) (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$4) a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$5) a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

1. Вычислите: $17 \cdot \frac{5}{9} - 0,28 : 1\frac{2}{5} - 13,4 \cdot \frac{5}{9}$.
 2. Вычислите: $\left(-3\frac{5}{9} + 2\frac{2}{15}\right) : 3,2 \cdot 0,18$.
 3. Вычислите: $\frac{49^4 \cdot 3^5}{147^3}$.
 4. Найдите неизвестный член пропорции: $8:5 = x:15$.
 5. Вычислите: $\left(\sqrt{2,5}\right)^2 - \sqrt{3} \cdot \sqrt{0,12} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$.
 6. Вычислите: $\sqrt{48} + \sqrt{75} - \sqrt{108}$.
 7. Известно, что $m = 1\frac{3}{11}$. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\frac{1}{m}$. Укажите эту точку.
- 
- 1) точка А
 - 2) точка В
 - 3) точка С
 - 4) точка D
8. В энциклопедии записано: «Масса Меркурия равна $3,29 \cdot 10^{17}$ млн т». Выразите массу Меркурия в килограммах.
 - 1) $3,29 \cdot 10^{19}$ кг
 - 2) $3,29 \cdot 10^{23}$ кг
 - 3) $3,29 \cdot 10^{25}$ кг
 - 4) $3,29 \cdot 10^{26}$ кг
9. Вычислите: $\frac{93^3 + 77^3}{170} - 93 \cdot 77$.

10. Найдите все четырехзначные числа, в записи которых входят только цифры 8 и 3 и которые делятся и на 2, и на 9.

Примечание.

Число делится на 2 тогда и только тогда, когда оно оканчивается четной цифрой (цифры 0, 2, 4, 6, 8 четные; цифры 1, 3, 5, 7, 9 нечетные).

Число делится на 3 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 3.

Число делится на 9 тогда и только тогда, когда сумма его цифр делится на 9.

Домашнее задание

1. Вычислите: $13 \cdot \frac{5}{8} - 0,15 : 1\frac{1}{4} - 11,4 \cdot \frac{5}{8}$.

2. Вычислите: $\left(-4\frac{11}{15} + 3\frac{7}{12}\right) : 2,3 \cdot 0,06$.

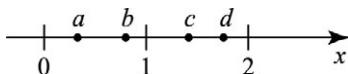
3. Вычислите: $\frac{121^9 \cdot 2^{10}}{242^8}$.

4. Найдите неизвестный член пропорции: $x : 6 = 14 : 3$.

5. Вычислите: $(\sqrt{3,5})^2 - \sqrt{3} \cdot \sqrt{0,27} + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}}$.

6. Вычислите: $\sqrt{32} + \sqrt{98} - \sqrt{128}$.

7. Известно, что $m = 2\frac{1}{3}$. Одна из точек, отмеченных на координатной прямой, соответствует числу $\frac{1}{m}$. Укажите эту точку.



- 1) точка А
- 2) точка В
- 3) точка С
- 4) точка D

8. В энциклопедии записано: «Дрожжевые клетки имеют в среднем $1,5 \cdot 10^{-7}$ миллиметра в длину». Выразите длину дрожжевых клеток в метрах.

- 1) $1,5 \cdot 10^{-7}$ м
- 2) $1,5 \cdot 10^{-8}$ м
- 3) $1,5 \cdot 10^{-9}$ м
- 4) $1,5 \cdot 10^{-10}$ м

9. Вычислите: $\frac{84^3 - 66^3}{18} + 84 \cdot 66$.

10. Найдите все четырехзначные числа, в записи которых входят только цифры 1, 2 и которые делятся и на 2, и на 3.

Урок 2 ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

1. Андрей старше Олега на 4 года, а Олег старше Бориса в 1,5 раза. Вместе им 36 лет. Сколько лет Олегу?
2. В зале расставили одинаковыми рядами 72 стула. Рядов оказалось на 6 больше, чем стульев в каждом ряду. Сколько стульев в каждом ряду и сколько всего рядов?

Процентом числа называется его сотая часть.

3. Стоимость проезда в пригородном автобусе составляет 60 рублей. Пенсионерам и детям до 10 лет предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 3 пенсионеров и 4 школьников: семи, девяти, двенадцати и четырнадцати лет?
4. В девятых и седьмых классах школы 144 ученика. Число учащихся седьмых классов составляет 80% числа учащихся девятых классов. Сколько в школе семиклассников?

Действие движения характеризуется тремя компонентами: пройденный путь (S), скорость (v) и время (t). Известно соотношение между ними: $S=v \cdot t$.

5. Два мотоциклиста отправляются навстречу друг другу одновременно из двух пунктов, расстояние между которыми равно 200 км, и встречаются через 4 ч. Определите скорость каждого мотоциклиста, если скорость у одного из них она на 10 км/ч больше, чем у другого.
6. Если велосипедист будет ехать со скоростью 12 км/ч, то он опаздывает на 1 час. Если же он будет ехать со скоростью 18 км/ч, то приедет на 1 ч раньше. С какой скоростью он должен ехать, чтобы приехать вовремя?
7. Моторная лодка прошла 10 км по озеру и 4 км против течения реки, затратив на весь путь 1 ч. Найдите собственную скорость лодки, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

Домашнее задание

1. Бабушка старше мамы на 20 лет, а мама старше дочери в 2,5 раза. Вместе им 116 лет. Сколько лет маме?
2. В зале расставили одинаковыми рядами 80 стульев. Рядов оказалось на 2 меньше, чем стульев в каждом ряду. Сколько стульев в каждом ряду и сколько всего рядов?
3. Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 80 рублей. Пенсионерам предоставляется скидка 50%. Дети до 7 лет ездят бесплатно. Сколько рублей стоит проезд группы из 2 пенсионеров и 4 школьников: шести, десяти, двенадцати и пятнадцати лет?

4. В девятых и шестых классах школы 136 учеников. Число учащихся девятых классов составляет 70% числа учащихся шестых классов. Сколько в школе девятиклассников?
5. Два туриста отправляются навстречу друг другу одновременно из двух пунктов, расстояние между которыми равно 22 км, и встречаются через 2 ч. Определите скорость каждого пешехода, если скорость у одного из них на 1 км/ч больше, чем у другого.
6. Если турист будет идти со скоростью 3 км/ч, то он опаздывает на 2 часа. Если же он будет идти со скоростью 5 км/ч, то придет на 2 ч раньше. С какой скоростью он должен идти, чтобы прибыть вовремя?
7. Катер прошел 15 км по течению реки и 4 км по озеру, затратив на весь путь 1 ч. Найдите собственную скорость катера, если скорость течения реки равна 4 км/ч.

Урок 3 ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

1. Если в трехзначном числе зачеркнуть последнюю цифру 3, то число уменьшится на 183. Найдите это трехзначное число.
2. Сторона квадрата на 2 см меньше одной из сторон прямоугольника и на 3 см больше другой его стороны. Какова длина стороны квадрата, если его площадь на 10 см² больше площади прямоугольника?

Работу характеризуют три компонента действия: время работы (t), объем работы (V), производительность (N) (количество произведенной работы в единицу времени).

Существует следующее соотношение между этими компонентами:

$$V = N \cdot t.$$

3. Чтобы выполнить задание в срок, рабочий должен был изготавливать ежедневно по 10 деталей. Усовершенствовав станок, он увеличил ежедневную выработку на 30% и потому выполнил задание на 3 дня раньше срока. Сколько всего деталей должен был изготовить рабочий?
4. Две бригады выполняют некоторую работу. Если всю работу будет делать первая бригада, то она затратит на 9 дней больше, чем две бригады вместе. Если эту работу будет делать вторая бригада, то она затратит на 4 дня больше, чем обе бригады вместе. За сколько дней выполнит эту работу первая бригада?
5. Бригада рабочих должна была за несколько дней изготовить 80 деталей. Первые три дня бригада выполняла установленную ежедневную норму, а потом стала изготавливать на 4 детали в день больше плана. Поэтому за 1 день до срока было изготовлено 96 деталей. Сколько деталей в день стала изготавливать бригада?

В задачах на смеси и сплавы обычно присутствуют три величины, соотношение между которыми позволяет составлять уравнение: концентрация (доля чистого вещества в смеси), количество чистого вещества в смеси (или сплаве), масса смеси (сплава).

Соотношение между этими величинами следующее:

$$\text{Масса смеси} \times \text{концентрация} = \\ = \text{количество чистого вещества}.$$

6. Сколько литров воды надо добавить к 20 литрам десятипроцентного раствора соли, чтобы получить пятипроцентный раствор?

7. Сплавили два слитка. Первый весил 100 г и содержал 40% меди, второй весил 400 г и содержал 60% меди. Какой процент меди содержится в получившемся сплаве?

Домашнее задание

1. Если в трехзначном числе зачеркнуть последнюю цифру 4, то число уменьшится на 274. Найдите это трехзначное число.
2. Сторона квадрата на 1 см меньше одной из сторон прямоугольника и на 4 см больше другой его стороны. Какова длина стороны квадрата, если его площадь на 22 см^2 больше площади прямоугольника?
3. Чтобы выполнить задание в срок, токарь должен был изготавливать ежедневно по 50 деталей. Усовершенствовав станок, он увеличил ежедневную выработку на 10% и потому выполнил задание на 1 день раньше срока. Сколько всего деталей должен был изготовить рабочий?
4. Две копировальные машины печатают рукопись. Если всю рукопись будет печатать первая машина, то работа будет выполнена на 4 минуты позже, чем это сделают две машины, работая вместе. Если печатать всю рукопись будет вторая машина, то она напечатает на 25 минут позже, чем обе машины, работая вместе. За сколько минут может напечатать эту рукопись вторая машина?
5. За определенное время на заводе собирают 90 автомобилей. Первые три часа на заводе выполняли установленную норму, а затем стали собирать на один автомобиль в час больше. Поэтому за час до срока уже было собрано 95 автомобилей. Сколько автомобилей в час должны были собирать на заводе?

6. Сколько литров воды надо добавить к 100 литрам десятипроцентного раствора соли, чтобы получить пятипроцентный раствор?
7. Сплавили два слитка. Первый весил 100 г и содержал 60% меди, второй весил 400 г и содержал 40% меди. Какой процент меди содержится в получившемся сплаве?

Урок 4

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

1. Выразите из формулы площади круга $S = \pi R^2$ радиус R .

Определение. Модулем числа a называется само это число a , если $a \geq 0$, и противоположное число $(-a)$, если $a < 0$. Модуль числа a обозначается $|a|$.

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{если } a \geq 0, \\ -a, & \text{если } a < 0. \end{cases}$$

2. Найдите значение выражения: $|x^2 - 19| \cdot x$ при $x = 3; 7$.
3. Упростите выражение: $(12a - 6a^2 + 5) - (2a - 3a^2)$.
4. Выполните умножение: $(3a - 5)(4a - 3)$.
5. Представьте в виде многочлена: $0,4b(5b^2 - 10)(2 + b^2)$.
6. Докажите, что значение выражения не зависит от значений переменной a :
- $$3c(a + b - c) + 3b(a - b - c) - 3a(a + b + c) + 3a^2.$$
7. Разложите на множители многочлен: $bx + 4by + 7x + 28y$.
8. Представьте выражение в виде произведения двух множителей: $x(a - b) + y(b - a)$.

**Формулы
сокращенного умножения**

$$1) (a-b)(a+b)=a^2-b^2$$

$$2) (a-b)^2=a^2-2ab+b^2$$

$$3) (a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

**Формула
разложения квадратного трехчлена на множители**

$$ax^2+bx+c=a(x-x_1)(x-x_2),$$

где x_1 и x_2 – корни трехчлена ax^2+bx+c

9. Разложите на множители многочлен: $324x^2-0,09y^2$.
10. Представьте в виде квадрата двучлена выражение: $4x^2+c^2+4xc$.
11. Разложите на множители: $2x^2-x-1$.
12. Найдите три последовательных натуральных числа, если произведение двух меньших чисел меньше произведения двух больших на 30.

Домашнее задание

1. Выразите из формулы площади поверхности сферы $S=4\pi R^2$ радиус R .
2. Найдите значение выражения: $|x^2-24|\cdot x$ при $x=4; 8$.
3. Упростите выражение: $(2x-3xy+7)-(3x-5xy)$.
4. Выполните умножение: $(2m-5)(3m-4)$.
5. Представьте в виде многочлена: $0,5y(6-2y^2)(3+y^2)$.
6. Докажите, что значение выражения не зависит от значений переменной x :

$$7y(x+y-p)-7p(x-y-p)+7x(x-y+p)-7x^2.$$

7. Разложите на множители многочлен:
 $5z + 30a + bz + 6ba.$
8. Представьте выражение в виде произведения двух множителей: $m(b - n) + a(n - b).$
9. Разложите на множители многочлен: $0,16y^2 - 289a^2.$
10. Представьте в виде квадрата двучлена выражение:
 $9b^2 + k^2 + 6bk.$
11. Разложите на множители: $2x^2 - 3x - 2.$
12. Найдите три последовательных натуральных числа, если произведение двух больших чисел больше произведения двух меньших на 28.

Урок 5

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

1. Из данных выражений выберите те, которые тождественно равны одночлену $x^6b^8:$
- 1) $(-xb)^6b^2$
 - 2) $-(xb)^6b^2$
 - 3) $\left(-\frac{1}{3}xb^2\right)^4 81x^2$
 - 4) $(-xb)^6x(-b)^3$

**Формулы
сокращенного умножения**

- 1) $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$
- 2) $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- 3) $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. Найдите наименьшее значение многочлена $x^2 + 6x.$ Укажите, при каком значении переменной это значение достигается.

3. Сократите дробь: $\frac{5-20a^2}{20a+10}$.

4. Сократите дробь: $\frac{3x^2+8x-3}{x^2+3x}$.

5. Упростите: $\frac{(x-y)^2-(x-y)(x+y)}{x^2y-xy^2}$.

6. Выполните действия: $\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right):(a+b)$.

7. Выполните действия: $\frac{16+9x^2}{16-9x^2}-\frac{3x}{4-3x}$.

8. Упростите: $\frac{3}{1+\frac{2}{x}} \cdot \left(\frac{x-2}{x^2+2x} - \frac{8}{4-x^2} \right)$.

9. Упростите выражение и найдите его значение при $x=196$: $\left(\frac{2\sqrt{x}}{2+\sqrt{x}} - 2 \right) (x + 4\sqrt{x} + 4)$.

Домашнее задание

1. Из данных выражений выберите те, которые тождественно равны одночлену $a^{10}b^8$:

- 1) $(-ab)^6b^4$
- 2) $-(-ab)^5a^5b^3$
- 3) $\left(-\frac{1}{2}ab^2\right)^4 8a^6$
- 4) $(-ab)^7a^3(-b)$

2. Найдите наименьшее значение многочлена x^2-8x . Укажите, при каком значении переменной это значение достигается.

3. Сократите дробь: $\frac{36a^2 - 4}{8 + 24a}.$
4. Сократите дробь: $\frac{4x^2 + 15x - 4}{x^2 + 4x}.$
5. Упростите выражение: $\frac{(m - b)(m + b) - (m + b)^2}{mb + b^2}.$
6. Выполните действия: $\left(\frac{m}{n} - \frac{n}{m}\right) : (m - n).$
7. Выполните действия: $\frac{9 + 16x^2}{9 - 16x^2} - \frac{4x}{3 - 4x}.$
8. Упростите выражение:
- $$\frac{2}{1 - \frac{5}{x}} \cdot \left(\frac{x + 5}{x^2 - 5x} + \frac{20}{25 - x^2} \right).$$
9. Упростите выражение и найдите его значение при $x = 121$: $\left(\frac{5\sqrt{x}}{5 - \sqrt{x}} + 5 \right) (x - 10\sqrt{x} + 25).$

Урок 6

УРАВНЕНИЯ

Определение. Корнем уравнения с одним неизвестным называют значение неизвестного, при котором уравнение обращается в верное равенство.

Определение. Решить уравнение с одним неизвестным — значит найти все его корни или доказать, что корней нет.

Дискриминантом квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

называют выражение $D = b^2 - 4ac$. По дискриминанту квадратного уравнения определяют, сколько оно имеет корней:

- если $D > 0$, то уравнение имеет два корня;
- если $D = 0$, то уравнение имеет один корень (или два совпадающих корня);
- если $D < 0$, то уравнение не имеет корней.

Формулы корней квадратного уравнения

Корни уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ находят по формуле

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}.$$

Корни квадратного уравнения, в котором второй коэффициент — четное число, можно вычислять по формуле

$$x = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{D}{4}}}{a},$$

где $\frac{D}{4} = \left(\frac{b}{2}\right)^2 - ac$.

1. Найдите корень уравнения: $\frac{x}{2} = \frac{x}{6} - 6$.
2. Решите уравнение: $0,5(8x - 20) = -(2,5 - x)$.
3. При каких значениях переменной значения выражений $(x - 3)(x + 3)$ и $(-x - 4)^2$ равны?
4. Решите уравнение: $2x^2 = 7x$.
5. Решите уравнение: $x^2 - 1,69 = 0$.

6. Докажите, что уравнение $|3-x|=2$ имеет те же корни, что и уравнение $x^2-6x+5=0$. В ответ запишите корни уравнения.
7. Решите уравнение: $\frac{x-4}{x-3} + \frac{6}{x^2-9} = -1$.
8. Решите уравнение: $x^3-3x^2-8x+24=0$.
9. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций: $y=x^4$ и $y=8x^2+9$.
10. Решите уравнение: $x^2-8y+6x+25+y^2=0$.
11. Решите уравнение $x^2=y^2-7$, если переменные x , y принимают только целые значения.

Домашнее задание

1. Найдите корень уравнения: $\frac{x}{3} = \frac{x}{12} - 8$.
2. Решите уравнение: $1,2(5-5x) = -6(x-1)$.
3. При каких значениях переменной значения выражений $(-x-5)^2$ и $(x-4)(x+3)$ равны?
4. Решите уравнение: $3x^2 = 4x$.
5. Решите уравнение: $1,96 - x^2 = 0$.
6. Докажите, что уравнение $|4-x|=1$ имеет те же корни, что и уравнение $x^2-8x+15=0$. В ответ запишите корни уравнения.
7. Решите уравнения: $\frac{x-2}{x+3} - \frac{30}{x^2-9} = 3$.
8. Решите уравнения: $x^3 + 3x^2 - 18x - 54 = 0$.
9. Найдите абсциссы точек пересечения графиков функций: $y=x^4$ и $y=2x^2+8$.
10. Решите уравнение: $x^2 - 10y + 2x + 26 + y^2 = 0$.
11. Решите уравнение $x^2 = y^2 + 7$, если переменные x , y принимают только целые значения.

Урок 7

СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Определение. Решением системы уравнений с двумя неизвестными называется пара значений неизвестных, обращающая каждое уравнение системы в верное равенство.

Основные способы решения систем уравнений:

- 1) способ подстановки;
- 2) способ алгебраического сложения;
- 3) графический способ.

1. Какая из пар чисел является решением системы уравнений $\begin{cases} x - y = 2, \\ 2x + y = 1 \end{cases}$?
 - 1) $(-1; 1)$
 - 2) $(3; 1)$
 - 3) $(1; -1)$
 - 4) $(1; 3)$
2. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x + 2y = 29, \\ x - 2y = 21. \end{cases}$
3. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 29, \\ x^2 - y^2 = 21. \end{cases}$
4. Укажите значение суммы $x_1 + x_2 + y_1 + y_2$, где $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$ — решение системы уравнений $\begin{cases} x + y = 5, \\ 2x - y^2 = 7. \end{cases}$
 - 1) 10
 - 2) 9
 - 3) 8
 - 4) 7

5. Не выполняя построений, найдите координаты точек пересечения параболы $y=x^2-25$ и окружности $x^2+y^2=25$.

6. Изобразив схематически графики уравнений, определите количество решений системы уравнений:

$$\begin{cases} y = \frac{10}{x}, \\ y - 2x = 1. \end{cases}$$

7. Из данных уравнений подберите второе уравнение системы $\begin{cases} y = 2x^2, \\ \dots \end{cases}$, так, чтобы система имела два решения (используйте графические представления).

1) $y = x - 2$

2) $y = -x^2$

3) $y = \frac{4}{x}$

4) $y = x^3$

8. Решите систему уравнений: $\begin{cases} (x-3)(y+1)=0, \\ x^2 - 6xy = -9. \end{cases}$

9. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x^2 - 2y + y^2 + 4x + 5 = 0, \\ x^2 - 2xy - 8 = 0. \end{cases}$

Домашнее задание

1. Какая из пар чисел является решением системы уравнений $\begin{cases} x + 2y = 5, \\ y - x = 1. \end{cases}$?

1) $(-1; -2)$

2) $(3; 2)$

3) $(0; -1)$

4) $(1; 2)$

2. Решите систему уравнений: $\begin{cases} 5x + y = 61, \\ 5x - y = -11. \end{cases}$
3. Решите систему уравнений: $\begin{cases} x^2 + y^2 = 61, \\ x^2 - y^2 = -11. \end{cases}$
4. Укажите значение произведения x_1, x_2, y_1, y_2 , где $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$ — решение системы уравнений $\begin{cases} x - y = 1, \\ x^2 - 2y = 5. \end{cases}$
- 1) -12
 - 2) 12
 - 3) -6
 - 4) 6
5. Не выполняя построений, найдите координаты точек пересечения параболы $y = x^2 - 36$ и окружности $x^2 + y^2 = 36$.
6. Изобразив схематически графики уравнений, определите число решений системы уравнений: $\begin{cases} y = \frac{6}{x}, \\ 2x + y = -1. \end{cases}$
7. Из данных уравнений подберите второе уравнение системы $\begin{cases} y = 3x^2, \\ \dots \end{cases}$, так, чтобы система имела два решения (используйте графические представления).
- 1) $y = -x - 1$
 - 2) $y = \frac{6}{x}$
 - 3) $y = \sqrt{x}$
 - 4) $y = -x^2$

8. Решите систему уравнений: $\begin{cases} (x-4)(y+1)=0, \\ x^2 - 8xy = -16. \end{cases}$

9. Решите систему уравнений: $\begin{cases} y^2 - 10x + x^2 - 4y + 29 = 0, \\ y^2 - 2xy + 18 = 0. \end{cases}$

Урок 8 НЕРАВЕНСТВА

Определение. Всякое значение неизвестного, при котором данное неравенство с неизвестным обращается в верное числовое неравенство, называется решением неравенства. Решить неравенство с переменной — значит найти все его решения или доказать, что их нет.

Свойства числовых неравенств (a, b, c — действительные числа)

Если $a > b$ и $b > c$, то $a > c$. (1)

Если $a > b$, то $a + c > b + c$. (2)

Если $a > b$ и c — положительное число ($c > 0$),
то $ac > bc$. (3)

Если $a > b$ и c — отрицательное число ($c < 0$), то $ac < bc$. (4)

Решение квадратных неравенств $ax^2 + bx + c > 0$

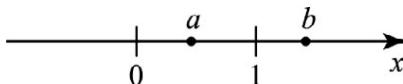
($< 0, \geq 0, \leq 0$) состоит из 5 этапов:

1. Вводим соответствующую функцию $y = ax^2 + bx + c$.
2. Определяем направление ветвей параболы $y = ax^2 + bx + c$ (при $a > 0$ ветви параболы направлены вверх; при $a < 0$ ветви параболы направлены вниз).
3. Находим нули функции, т.е. решаем уравнение $ax^2 + bx + c = 0$.

4. Если уравнение имеет корни, то отмечаем корни на координатной прямой и схематически рисуем параболу в соответствии с направлением ветвей. Если уравнение не имеет корней, то схематически рисуем параболу в соответствии с направлением ветвей.
5. Находим решение неравенства с учетом смысла знака неравенства.

1. Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке убывания числа:

$$0; \frac{1}{a}; 1; \frac{1}{b}.$$



2. Если $a < b$, то верны неравенства:

1) $3b < 3a$

2) $a4 < b4$

3) $7a < 7b$

4) $\frac{a}{7} > \frac{b}{7}$

3. Решите неравенство: $2x - 2 < 3x - 5$.

1) $(-3; +\infty)$

2) $(3; +\infty)$

3) $(-\infty; 3)$

4) $(-\infty; -3)$

4. Решите двойное неравенство: $-3 \leq 2x - 1 \leq 4$.

1) $[-1; 2,5]$

2) $[-2; 1,5]$

3) $[-2,5; 1]$

4) $[-1,5; 2]$

5. Решите систему неравенств: $\begin{cases} \frac{x}{2} + 5 > 0, \\ 3x - 1 \geq 4x. \end{cases}$

6. При каких значениях k выражение $2k - 0,7$ принимает положительные значения меньше двух?
7. Решите неравенство: $(\sqrt{7} - 4)(6x + 12) \geq 0$.
8. Решите неравенство: $(x + 4)^2 > 16 - x^2$.
9. Найдите область определения выражения:

$$\frac{\sqrt{3 - 2x - x^2}}{x}.$$

10. При каких значениях a система неравенств $\begin{cases} x^2 < 16, \\ x \geq a \end{cases}$ имеет ровно два целых решения?

Домашнее задание

1. Числа a и b отмечены точками на координатной прямой. Расположите в порядке возрастания числа:

$$0; \frac{1}{a}; 1; \frac{1}{b}.$$



2. Если $a > b$, то верны неравенства:

1) $a - 5 < b - 5$	3) $2 + a < 2 + b$
2) $5b > -5a$	4) $\frac{a}{3} > \frac{b}{3}$

3. Решите неравенство: $3x - 1 > 4x - 6$.

1) $(5; +\infty)$	3) $(-\infty; -5)$
2) $(-5; +\infty)$	4) $(-\infty; -5)$

4. Решите двойное неравенство: $-2 \leq 2x + 1 \leq 3$.

1) $[-0,5; 2]$	3) $[-1,5; 1]$
2) $[-1; 1,5]$	4) $[-3; 2]$

5. Решите систему неравенств: $\begin{cases} \frac{x}{6} + 2 > 0 \\ 6x - 1 \geq 7x \end{cases}$
6. При каких значениях p выражение $2p - 0,4$ принимает отрицательные значения больше -3 ?
7. Решите неравенство: $(5 - \sqrt{30})(4x - 16) \leq 0$.
8. Решите неравенство: $(x - 7)^2 \leq 49 - x^2$.
9. Найдите область определения выражения:
- $$\frac{\sqrt{4 - 3x - x^2}}{x}.$$
10. При каких значениях a система неравенств имеет ровно три целых решения? $\begin{cases} x^2 < 25, \\ x \leq a; \end{cases}$

Урок 9

ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

Графиком линейной функции является прямая.

Уравнение $y = kx + b$ является уравнением прямой, пересекающей ось Oy в точке, ордината которой равна b . Коэффициент k называется угловым коэффициентом прямой. Для построения прямой достаточно знать координаты двух точек.

Графиком линейной функции является прямая.

Уравнение $y = kx + b$ является уравнением прямой, пересекающей ось Oy в точке, ордината которой равна b . Коэффициент k называется угловым коэффициентом прямой. Для построения прямой достаточно знать координаты двух точек.

Графиком линейной функции является прямая.

Уравнение $y = kx + b$ является уравнением прямой, пересекающей ось Oy в точке, ордината которой равна b .

Коэффициент k называется угловым коэффициентом прямой. Для построения прямой достаточно знать координаты двух точек.

График квадратичной функции называется параболой. Уравнение $y=ax^2+bx+c$, где a, b, c — действительные числа и $a \neq 0$, является уравнением параболы, пересекающей ось Oy в точке, ордината которой равна c . Коэффициент a называется старшим коэффициентом. Если $a > 0$, то ветви параболы направлены вверх, если $a < 0$, то ветви параболы направлены вниз.

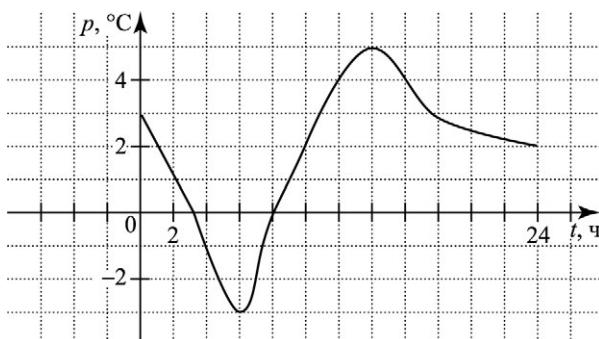
Координаты вершины параболы $(x_e; y_e)$ находят с помощью формул:

$$x_e = -\frac{b}{2a}, \quad y_e = ax_e^2 + bx_e + c.$$

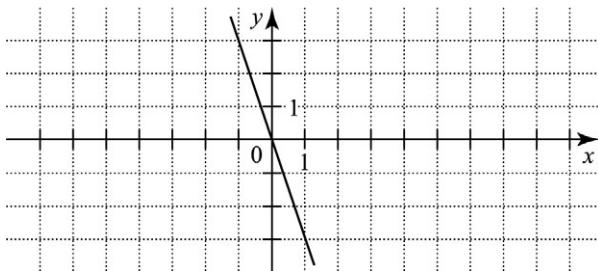
График обратной пропорциональности $y = \frac{k}{x}$ называется гиперболой.

Число k — коэффициент, $k \neq 0$. В зависимости от знака коэффициента k гипербола будет располагаться либо в I и III квадранте, либо во II и IV квадрантах.

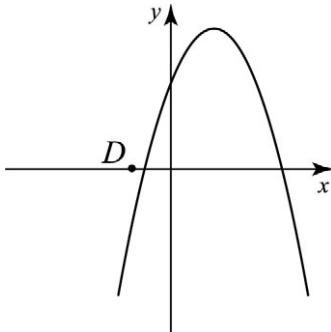
1. На рисунке изображен график зависимости температуры воздуха p (в $^{\circ}\text{C}$) от времени суток t (в часах). Определите, в какое время суток температура была максимальной.



2. На рисунке построен график линейной функции. Задайте эту функцию формулой.



3. Постройте график функции $y=0,5x+3$. Принадлежат ли графику функции точки $F(24; 15)$, $G(-14; 5)$?
4. Функция задана формулой $y=2x+3$. Найдите координаты точек пересечения графика функции с осями координат.
5. Постройте график функции $y=9-x^3$. Укажите промежутки знакопостоянства функции.
6. Постройте график функции $y=x^2+4x$. Укажите промежутки возрастания функции.
7. На рисунке изображен график функции $y=-x^2-2x+3$. Укажите координаты точки D .



8. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

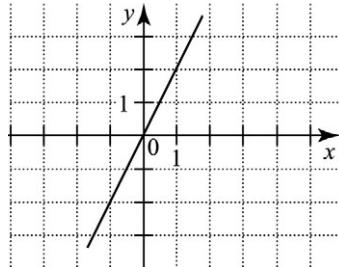
1) $y = -\frac{2}{x}$

2) $y = -2x^2$

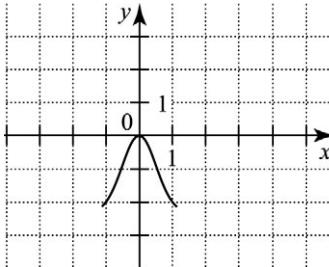
3) $y = 2x$

4) $y = 2$

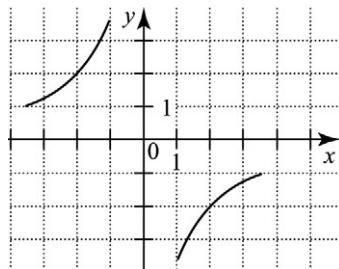
A.



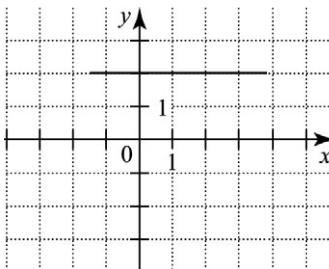
B.



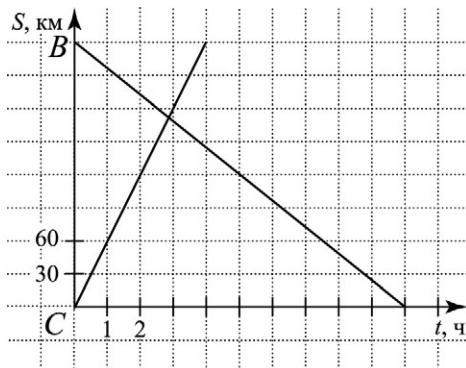
Б.



Г.



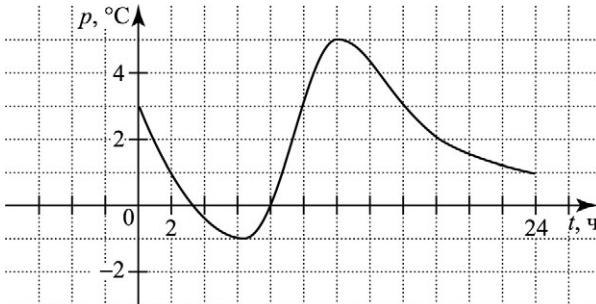
9. На рисунке изображен график движения автомобиля из города С в город В и мотоциклиста из города В в город С. На сколько километров в час скорость автомобиля больше скорости мотоциклиста?



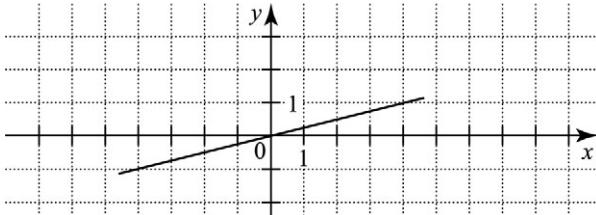
10. При каком значении k парабола $y=2x^2+3x+k$ касается оси абсцисс?
11. Используя графики функций $y=-\sqrt{4-x^2}$ и $y=x^3-2$, решите уравнение $-\sqrt{4-x^2}=x^3-2$.

Домашнее задание

1. На рисунке изображен график зависимости температуры воздуха p (в $^{\circ}\text{C}$) от времени суток t (в часах). Определите максимальную температуру воздуха в этот день.

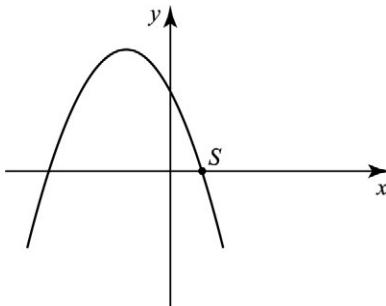


2. На рисунке построен график линейной функции. Задайте эту функцию формулой.



3. Постройте график функции $y=0,5x-1$. Принадлежат ли графику функции точки $A(18; 9)$, $C(-12; -7)$?
4. Функция задана формулой $y=2x-3$. Найдите координаты точек пересечения графика функции с осями координат.

5. Постройте график функции $y=4-x^2$. Укажите промежутки знакопостоянства функции.
6. Постройте график функции $y=x^2-4x$. Укажите промежутки убывания функции.
7. На рисунке изображен график функции $y=-x^2-2x+3$. Укажите координаты точки S .



8. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

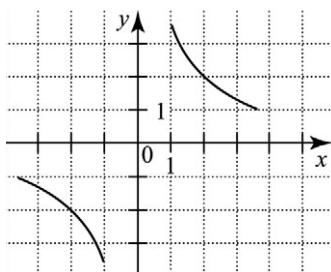
1) $y = \frac{2}{x}$

2) $y = 2x^2$

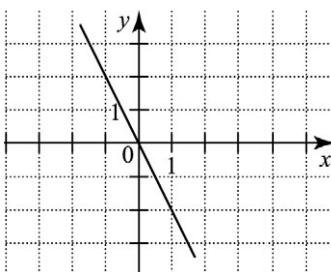
3) $y = -2x$

4) $y = 2$

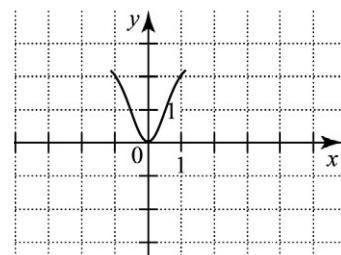
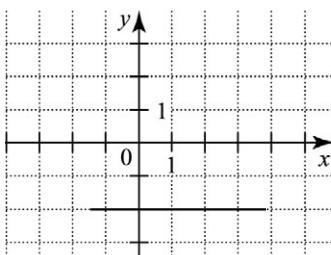
А.



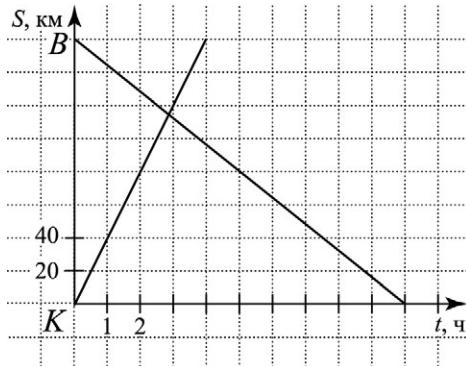
Б.



Г.



9. На рисунке изображен график движения автобуса из города К в город В и велосипедиста из города В в город К. На сколько километров в час скорость автомобиля больше скорости велосипедиста?



10. При каком значении m парабола $y=2x^2-5x+m$ касается оси абсцисс?
11. Используя графики функций $y=-\sqrt{4-x^2}$ и $y=(x-2)^3$, решите уравнение уравнение $-\sqrt{4-x^2}=(x-2)^3$.

Урок 10 ПРОГРЕССИИ

Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
<i>Определение</i>	
Арифметической прогрессией (a_n) называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, сложенному с одним и тем же числом d (d — разность прогрессии).	Геометрической прогрессией (b_n) называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, умноженному на одно и то же число q (q — знаменатель прогрессии).

Арифметическая прогрессия	Геометрическая прогрессия
<i>Рекуррентная формула</i>	
Для любого натурального n $a_{n+1} = a_n + d$	Для любого натурального n $b_{n+1} = b_n \cdot q, b_n \neq 0$
<i>Формула n-го члена</i>	
$a_n = a_1 + d(n - 1)$	$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}, b_n \neq 0$
<i>Характеристическое свойство</i>	
$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}, n > 1$	$b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}, n > 1$
<i>Сумма n первых членов</i>	
$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$	$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}, q \neq 1$
$S_n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n$	$S_n = b_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, q \neq 1$

1. Арифметические прогрессии (a_n) , (b_n) и (c_n) заданы формулами n -го члена:

1) $a_n = 5n$ 2) $b_n = 5n - 3$ 3) $c_n = n + 5$

Укажите те из них, которые имеют разность, равную 5.

2. Геометрические прогрессии (a_n) , (b_n) и (c_n) заданы формулами n -го члена:

1) $a_n = 4^n$ 2) $b_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n$ 3) $c_n = 4 \cdot 2^n$

Укажите те из них, которые имеют знаменатель, равный 4.

3. Найдите девятый член арифметической прогрессии 3; 7; ...

4. Найдите шестой член геометрической прогрессии 3; 6; ...

5. Найдите шестой член геометрической прогрессии 3; -6; ...
6. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = -1$, $a_2 = -3$. Найдите сумму первых семи ее членов.
7. В геометрической прогрессии (b_n) $b_1 = 2$, $b_2 = 4$. Найдите сумму первых семи ее членов.
8. Найдите сумму шестнадцати первых членов арифметической прогрессии (a_n) , если $a_n = 3n - 4$.
9. Найдите сумму пяти первых членов геометрической прогрессии (a_n) , если $b_n = 3^{n-1}$.
10. В геометрической прогрессии (a_n) известно, что $a_3 = 2$, $a_7 = 32$. Найдите четвертый член прогрессии.
11. В арифметической прогрессии (a_n) известно, что $a_3 = 2$, $a_7 = 32$. Найдите четвертый член прогрессии.

Домашнее задание

1. Арифметические прогрессии (a_n) , (b_n) и (c_n) заданы формулами n -го члена:
 - 1) $a_n = 4n + 2$
 - 2) $b_n = n + 4$
 - 3) $c_n = 4n$
 Укажите те из них, которые имеют разность, равную 4.
2. Геометрические прогрессии (a_n) , (b_n) и (c_n) заданы формулами n -го члена:
 - 1) $a_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$
 - 2) $b_n = 3 \cdot 4^n$
 - 3) $c_n = 3^n$
 Укажите те из них, которые имеют знаменатель, равный 3.

3. Найдите десятый член арифметической прогрессии 2; 7; ...
4. Найдите пятый член геометрической прогрессии 2; 6; ...
5. Найдите восьмой член геометрической прогрессии 2; -4; ...
6. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = -2$, $a_2 = -4$. Найдите сумму первых шести ее членов.
7. В геометрической прогрессии (b_n) $b_1 = 1$, $b_2 = 3$. Найдите сумму первых шести ее членов.
8. Найдите сумму четырнадцати первых членов арифметической прогрессии (a_n), если $a_n = 4n - 1$.
9. Найдите сумму шести первых членов геометрической прогрессии (b_n), если $b_n = 2^{n-1}$.
10. В геометрической прогрессии (a_n) известно, что $a_4 = 64$, $a_{10} = 1$. Найдите пятый член прогрессии.
11. В арифметической прогрессии (a_n) известно, что $a_4 = 64$, $a_{10} = 1$. Найдите пятый член прогрессии.

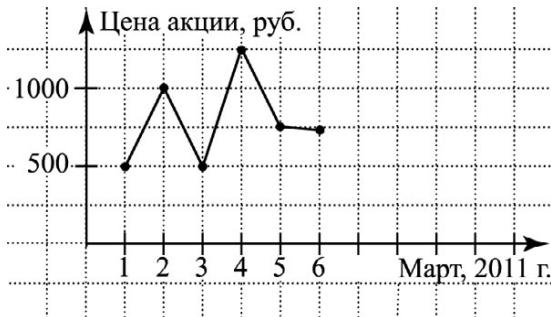
Урок 11
СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

1. Сведения о дневной выработке мастера представлены в таблице:

	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница
Дневная выработка	20	20	19	20	21

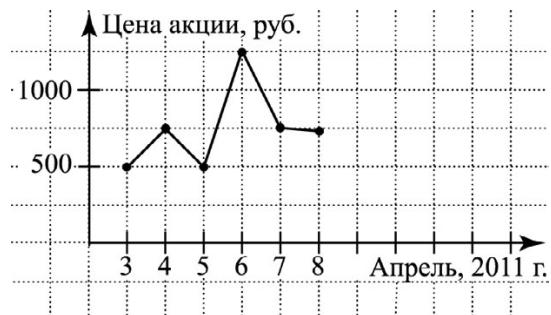
Сколько деталей в день в среднем изготавливал мастер?

2. На графике точками показаны цены одной акции автомобильного завода в период с 1 по 6 марта 2011 года (в рублях за акцию). Для наглядности жирные точки на графике соединены линией.



Брокер купил 1 марта 50 акций и продал их все 4 марта. Чему равна прибыль брокера? Ответ укажите в рублях.

3. На графике точками показаны цены одной акции автомобильного завода в период с 3 по 8 апреля 2011 года (в рублях за акцию). Для наглядности жирные точки на графике соединены линией.



Брокер на приобретение акций автомобильного завода выделил 55 000 рублей. Сколько акций он может купить 4 апреля?

Размахом набора чисел называется разность между наибольшим и наименьшим числом.

Средним арифметическим (средним значением) нескольких чисел называется число, равное отношению суммы этих чисел к их количеству.

Мода — это число, которое встречается в числовом ряду чаще всего.

Числовой ряд может иметь одну моду или несколько, но может и не иметь моды.

Медиана — это число, которое делит **упорядоченный** ряд чисел на две равные по количеству элементов части. Если число чисел ряда нечетно, то медиана — это число, находящееся в середине упорядоченного ряда чисел.

Если количество чисел в ряде четно, то медиана равна полусумме чисел, стоящих на средних местах.

Долю успеха того или иного события A математики выражают числом и называют вероятностью этого события $P(A)$. Для вычисления вероятности события, которое может закончиться конечным числом равновозможных элементарных исходов, можно воспользоваться классическим определением вероятности:

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

где m — число элементарных исходов, при которых событие A происходит, n — число всех равновозможных элементарных исходов.

4. В таблице представлены расходы ученика на питание в течение недели.

День	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница
Расходы, руб.	70	90	95	60	90

Какой размах данного числового ряда?

5. Записан рост 5 учащихся: 156, 152, 148, 148, 154. На сколько отличается медиана этого набора чисел от его среднего арифметического?
6. Записан рост 5 учащихся: 156, 152, 148, 148, 154. На сколько отличается мода этого набора чисел от его среднего арифметического?
7. Малыш, не умеющий читать, играет с тремя карточками разрезной азбуки «с», «о», «к». Найдите вероятность того, что, используя все карточки, он выложит слово «сок»?
8. В ящике лежат 20 одинаковых на ощупь шаров: 4 — зеленых, 9 — красных, 7 — синих. Из ящика вынули наудачу один шар. Найдите вероятность того, что вынутый шар не зеленый.
9. В барабане лежат одинаковые на ощупь шары лотереи с номерами от 1 до 36. Какова вероятность того, что номер вынутого наудачу шара делится на 5?
10. Из полного набора 28 штук костей домино наугад выбирается одна кость. Найдите вероятность того, что сумма очков на кости равна 6.

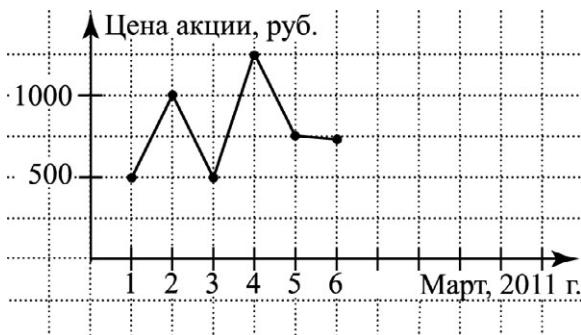
Домашнее задание

1. Сведения о дневной выработке токаря представлены в таблице.

	Понедельник	Вторник	Среда	Четверг	Пятница
Дневная выработка токаря	19	23	20	22	Не работал

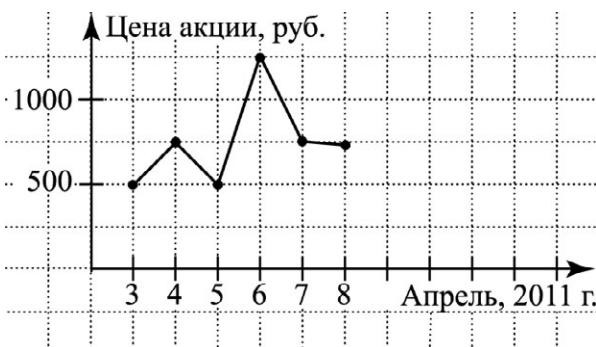
Сколько деталей в день в среднем изготавливал токарь?

2. На графике точками показаны цены одной акции автомобильного завода в период с 1 по 6 марта 2011 года (в рублях за акцию). Для наглядности жирные точки на графике соединены линией.



Брокер купил 2 марта 50 акций и продал их все 3 марта. Сколько потерял брокер на этой операции? Ответ укажите в рублях.

3. На графике точками показаны цены одной акции автомобильного завода в период с 3 по 8 апреля 2011 года (в рублях за акцию). Для наглядности жирные точки на графике соединены линией.



Брокер на приобретение акций автомобильного завода выделил 56 000 рублей. Сколько акций он может купить 6 апреля?

4. В таблице записаны результаты ежедневного измерения температуры воздуха (в градусах Цельсия) на метеостанции в полдень с 1 по 5 февраля.

Число месяца	1	2	3	4	5
Температура, °C	-6	-7	-2	0	3

Какой размах данного числового ряда?

5. Записан рост 5 учащихся: 134, 132, 126, 128, 134. На сколько отличается медиана этого набора чисел от его среднего арифметического?
6. Записан рост 5 учащихся: 134, 132, 126, 128, 134. На сколько отличается мода этого набора чисел от его среднего арифметического?
7. Малыш, не умеющий читать, играет с тремя карточками разрезной азбуки «к», «о», «к». Найдите вероятность того, что, используя все карточки, он выложит слово «кок»?
8. В ящике лежат 10 одинаковых на ощупь шаров: 2 — зеленых, 3 — красных, 5 — синих. Из ящика вынули наудачу один шар. Найдите вероятность того, что вынутый шар не красный.
9. В барабане лежат одинаковые на ощупь шары лотереи с номерами от 1 до 36. Какова вероятность того, что номер вынутого наудачу шара делится на 7?
10. Из полного набора 28 штук костей домино наугад выбирается одна кость. Найдите вероятность того, что сумма очков на кости равна 5.

Урок 12
НАЧАЛЬНЫЕ ПОНЯТИЯ ГЕОМЕТРИИ.
ТРЕУГОЛЬНИК

- 1.** Укажите номера неверных утверждений.
 - 1) Если две прямые перпендикулярны третьей прямой, то они перпендикулярны.
 - 2) Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.
 - 3) Если сумма двух углов равна 180° , то они являются смежными.
 - 4) Если углы смежные, то их сумма равна 180° .
- 2.** Луч BK делит развернутый угол ABC на два угла, один из которых на 38° меньше другого. Найдите образовавшиеся углы.
- 3.** Отрезки MN и CD пересекаются и точкой пересечения (точкой F) делятся пополам. Докажите: 1) равенство треугольников: MFC и DFN , MDC и DCN ; 2) параллельность прямых MC и DN ; 3) четырехугольник $MCND$ — параллелограмм.
- 4.** В треугольнике ABC на биссектрисе BE отмечена точка M , а на сторонах AB и BC — точки P и K соответственно (точки P , M , K не лежат на одной прямой). Известно, что $\angle BMP = \angle BMK$. Докажите равенство треугольников BMP и BMK .
- 5.** В треугольнике ABC на медиане BT отмечена точка E , а на сторонах AB и BC — точки P и K соответственно (точки P , E , K не лежат на одной прямой). Известно, что $PB = BK$ и $PE = EK$. Докажите, что треугольники BPE и BKE равны.
- 6.** В треугольнике CDA проведены биссектрисы CK и DP , пересекающиеся в точке F , причем $\angle DFC = 110^\circ$. Найдите угол CAD .

7. Отрезок AK — биссектриса треугольника ABC . Через точку K проведена прямая, пересекающая AB в точке O так, что $AO=OK$. 1) Докажите, что прямые OK и AC параллельны; 2) найдите углы треугольника AOK , если $\angle BAC=52^\circ$.
8. В треугольнике CDE $\angle E=20^\circ$. CF — биссектриса, $\angle CFD=60^\circ$. Найдите $\angle E$.
9. Один из углов прямоугольного треугольника на 16° больше другого. Найдите углы прямоугольного треугольника.
10. Две стороны прямоугольного треугольника равны 3 и 5. Чему может быть равна третья сторона треугольника?

Домашнее задание

- Укажите номера неверных утверждений:
 - Каждая сторона треугольника меньше суммы двух других сторон.
 - В равнобедренном треугольнике отрезок, соединяющий любую точку основания, отличную от вершины, с противоположной вершиной, меньше боковой стороны.
 - Если два угла равны, то они являются вертикальными.
 - Если углы вертикальные, то они равны.
- Луч AC делит развернутый угол DAF на два угла, один из которых в 4 раза больше другого. Найдите образовавшиеся углы.
- Отрезки OS и BN пересекаются и точкой пересечения (точкой А) делятся пополам. Докажите: 1) равенство треугольников: BSA и NOA , OSN и BOS ; 2) параллельность прямых OB и SN ; 3) четырехугольник $OBSN$ — параллелограмм.

4. В треугольнике ABL на биссектрисе BE отмечена точка O , а на сторонах AB и BL — точки P и K соответственно (точки P , O , K не лежат на одной прямой). Известно, что $\angle POB = \angle BOK$. Докажите равенство треугольников OPB и BOK .
5. В треугольнике KBD на медиане BA отмечена точка O , а на сторонах KB и BD — точки P и C соответственно (точки P , O , C не лежат на одной прямой). Известно, что $PB = BC$ и $PO = OC$. Докажите, что равны углы PBO и CBO .
6. В треугольнике ODB проведены биссектрисы OK и DT , пересекающиеся в точке A , причем $\angle DAO = 130^\circ$. Найдите угол OBD .
7. Отрезок ME — биссектриса треугольника MBC . Чрез точку E проведена прямая, пересекающая MB в точке O так, что $MO = OE$. а) Докажите, что прямые OE и MC параллельны; б) найдите углы треугольника MOE , если $\angle BMC = 64^\circ$.
8. В треугольнике ADO $\angle O = 10^\circ$, $\angle D = 60^\circ$. AF — биссектриса. Найдите $\angle AFD$.
9. Один из углов прямоугольного треугольника на 8° меньше другого. Найдите углы прямоугольного треугольника.
10. Две стороны прямоугольного треугольника равны 3 и 4. Чему может быть равна третья сторона треугольника?

Урок 13
ТРЕУГОЛЬНИК

Равнобедренный треугольник

Углы при основании равнобедренного треугольника равны.

В равнобедренном треугольнике три отрезка — высота, медиана и биссектриса, проведенные к основанию, — равны.

1. Укажите номера **неверных** утверждений.
 - 1) Котангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему.
 - 2) Синусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипotenузе.
 - 3) В любой треугольник можно вписать окружность.
 - 4) В любой четырехугольник можно вписать окружность.
2. Дан правильный треугольник ABC со стороной 6. Найдите: 1) периметр треугольника; 2) площадь треугольника; 3) площадь круга, описанного около треугольника; 4) длину окружности, вписанной в треугольник; 5) площадь четырехугольника $ABCO$, где точка O – центр треугольника.
3. $MN=6$, $NP=8$. Найдите: 1) периметр; 2) площадь; 3) радиус вписанной окружности; 4) радиус описанной окружности; 5) медиану, проведенную к гипотенузе; 6) проведите высоту NE и найдите пары подобных треугольников.
4. В треугольнике MNP $MN=7$, $NP=15$, $MP=20$. Найдите: 1) периметр; 2) площадь; 3) определите вид треугольника; 4) радиус вписанной окружности; 5) радиус описанной окружности; 6) меньшую высоту.
5. Две стороны прямоугольного треугольника равны 3 и 5. Чему может быть равна третья сторона треугольника?

Домашнее задание

1. Дан правильный треугольник MNP со стороной 12. Найдите: 1) периметр треугольника; 2) площадь треугольника; 3) площадь круга, описанного около треугольника; 4) длину окружности, вписанной в треугольник; 5) площадь четырехугольника $MNPA$, где точка A – центр треугольника.
2. В прямоугольном треугольнике ACD $\angle C=90^\circ$, $AC=5$, $AC=12$. Найдите: 1) периметр; 2) площадь; 3) радиус вписанной окружности; 4) радиус описанной окружности; 5) медиану, проведенную к гипотенузе; 6) проведите высоту CO и найдите пары подобных треугольников.
3. В треугольнике MAC $MA=4$, $AC=13$, $MC=15$. Найдите: 1) периметр; 2) площадь; 3) определите вид треугольника; 4) радиус вписанной окружности; 5) радиус описанной окружности; 6) большую высоту.
4. Две стороны прямоугольного треугольника равны 3 и 4. Чему может быть равна третья сторона треугольника?
5. Укажите номера неверных утверждений.
 - 1) Тангенсом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к противолежащему.
 - 2) Косинусом острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.
 - 3) Любой равнобедренный треугольник является равносторонним.
 - 4) Любой равносторонний треугольник является равнобедренным.

Урок 14

КВАДРАТ. РОМБ. ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

Параллелограмм

Противоположные стороны параллелограмма равны и параллельны.

Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.

Площадь параллелограмма (S):

$$S = ah_a, \quad S = ab \sin \angle(a; b),$$

где a и b — смежные стороны параллелограмма,

h_a — высота, проведенная к стороне a .

Прямоугольник

Имеет все свойства параллелограмма.

Диагонали прямоугольника равны.

$S = ab$, где a и b — смежные стороны прямоугольника.

Ромб

Имеет все свойства параллелограмма.

Все стороны ромба равны.

Диагонали ромба перпендикулярны.

Квадрат

Имеет все свойства прямоугольника и ромба.

1. Дан квадрат со стороной 6. Найдите: 1) периметр квадрата; 2) площадь квадрата; 3) диагональ квадрата; 4) площадь круга, описанного около квадрата; 5) длину окружности, вписанной в квадрат.
2. В ромбе $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O и $AB=5$, $AC=8$. Найдите: 1) периметр ромба; 2) BD ; 3) площадь ромба; 4) площадь треугольника ABN , где точка N — середина стороны DC ; 5) высоты ромба; 6) радиус вписанной окружности.

3. В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке K и $AB=16$, $AD=7$, $BD=21$. Найдите: 1) периметр параллелограмма; 2) AC ; 3) площадь параллелограмма; 4) площадь треугольника ABK .
4. Укажите номера неверных утверждений.
 - 1) Любой ромб является квадратом.
 - 2) Любой квадрат является ромбом.
 - 3) В прямоугольнике диагонали равны.
 - 4) В ромбе диагонали равны.

Домашнее задание

1. Дан квадрат со стороной 4. Найдите: 1) периметр квадрата; 2) площадь квадрата; 3) диагональ квадрата; 4) площадь круга, описанного около квадрата; 5) длину окружности, вписанной в квадрат.
2. В ромбе $ABCD$ диагонали пересекаются в точке E и $AB = 13$, $AC = 24$. Найдите: 1) периметр ромба; 2) BD ; 3) площадь ромба; 4) площадь треугольника ABP , где точка P — середина стороны DC ; 5) высоты ромба; 6) радиус вписанной окружности.
3. В параллелограмме $ABCD$ диагонали пересекаются в точке O и $AB = 13$, $AD = 4$, $BD = 15$. Найдите: 1) периметр параллелограмма; 2) AC ; 3) площадь параллелограмма; 4) площадь треугольника ACO .
4. Укажите номера неверных утверждений.
 - 1) Любой прямоугольник является параллелограммом.
 - 2) Любой параллелограмм является прямоугольником.
 - 3) В прямоугольнике диагонали являются биссектрисами его углов.
 - 4) В ромбе диагонали взаимно перпендикулярны.

Урок 15
ТРАПЕЦИЯ. ОКРУЖНОСТЬ

Трапеция

$$S = \frac{a + b}{2} h,$$

где a и b — основания трапеции,
 h — ее высота.

Центральные и вписанные углы

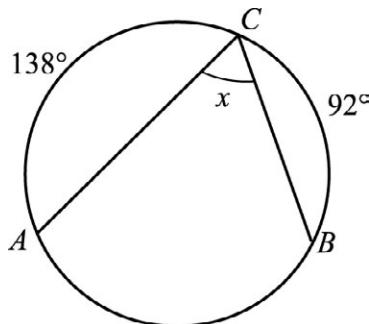
Угол с вершиной в центре окружности называется ее **центральным углом**.

Угол, вершина которого лежит на окружности, а стороны пересекают окружность, называется **вписанным углом**.

Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается.

- Дана равнобедренная трапеция, боковые стороны которой равны 5. Высота трапеции равна 4, а одно из оснований равно 10. Найдите: 1) среднюю линию трапеции; 2) площадь трапеции.
- Дана трапеция $ABCD$ с основаниями $AD=12$, $BC=8$. Боковые стороны трапеции равны 13 и 15. Диагонали трапеции пересекаются в точке E . Найдите: 1) среднюю линию трапеции; 2) высоту; 3) площадь; 4) площадь ΔABC ; 5) площадь ΔBCD ; 6) площадь ΔABD ; 7) площадь ΔADC ; 8) площадь ΔBEC ; 9) площадь ΔABE ; 10) площадь ΔAED ; 11) площадь ΔCDE .

3. По данным рисунка найдите угол x .

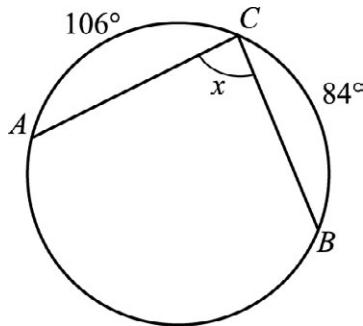


4. Центральный угол MON на 50° больше вписанного угла, опирающегося на дугу MN . Найдите каждый из этих углов.

Домашнее задание

1. Данна равнобедренная трапеция, боковые стороны которой равны 13. Высота трапеции равна 12, а одно из оснований равно 12. Найдите: 1) среднюю линию трапеции; 2) площадь трапеции.
2. Данна трапеция $ABCD$ с основаниями $AD = 8$, $BC = 1$. Боковые стороны трапеции равны 20 и 15. Диагонали трапеции пересекаются в точке K . Найдите: 1) среднюю линию трапеции; 2) высоту; 3) площадь; 4) площадь ΔABC ; 5) площадь ΔBCD ; 6) площадь ΔABD ; 7) площадь ΔADC ; 8) площадь ΔBKC ; 9) площадь ΔABK ; 10) площадь ΔAKD ; 11) площадь ΔCDK .

3. По данным рисунка найдите угол x .

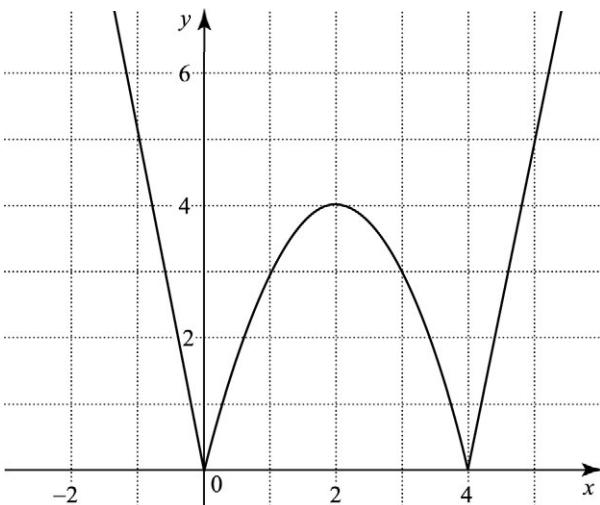


4. Центральный угол AOD на 70° больше вписанного угла, опирающегося на дугу AD . Найдите каждый из этих углов.

УКАЗАНИЯ К ТЕМАТИЧЕСКИМ ЗАДАНИЯМ

1. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

21. Решите уравнение $5 - x^2 = -4x$.
22. Графиком функции является парабола с вершиной в точке $(3; -4)$, ветви которой направлены вверх.
23. Постройте график функции отдельно на каждом из промежутков: $(-\infty; -3]$, $[-3; 3]$ и $(3; +\infty)$.
24. Знак коэффициента при x^2 определяется по направлению ветвей. Если $y = ax^2 + bx + c$, то значение функции при $x=0$ равно c . Знак коэффициента b определите, используя формулу для нахождения абсциссы вершины параболы.
25. Числитель разложите на множители. Получите $y = x^2 + 4$ при $x \neq \pm 2$.
26. Задайте уравнение параболы, зная координаты ее вершины и координаты точек ее пересечения с осью абсцисс.
27. На рисунке изображен график исходной функции.



28. Аналогично заданию № 27.
29. Абсцисса вершины известна. Осталось из уравнения параболы найти ординату вершины. Исследуйте дискриминант.
30. Аналогично заданию № 29.

2. НЕРАВЕНСТВА

2.1. Квадратные неравенства

21. Решением неравенства является промежуток $\left(-3; -\frac{1}{3}\right)$.
22. Решением первого неравенства является промежуток $(-\infty; 2,2)$. Решением второго неравенства является отрезок $[-3; 3]$. Решите систему неравенств.
23. Определите знак выражения $\sqrt{10} - 5$, и разделите неравенство на $\sqrt{10} - 5$.
24. Решением первого неравенства является объединение промежутков $(-\infty; -1] \cup [3; +\infty)$. Решением второго неравенства является отрезок $[-1; 4]$. Решите систему неравенств.
25. Решением первого неравенства является объединение промежутков $(-\infty; -\sqrt{7}) \cup (\sqrt{7}; +\infty)$. Решением второго неравенства является отрезок $[-4; 4]$. Решите систему неравенств.
26. Подкоренное выражение неотрицательно, т.е. $x^2 - 17 \geq 0$. Исходное выражение имеет смысл при $x \in (-\infty; -\sqrt{17}] \cup [\sqrt{17}; +\infty)$.
27. Выражение в числителе определено при $x \in [-5; 5]$. Выражение в знаменателе определено при $x \neq -1$.

- 28.** Решением первого неравенства являются только два числа -2 и -3 . Проверьте, являются ли эти числа решениями второго неравенства.
- 29.** Решите отдельно каждое неравенство. Решение первого неравенства — $(-3; 3)$, решение второго — $(-\infty; -4] \cup [0; +\infty)$, третьего — $(-3; 1)$.
- 30.** Введите новую переменную, $a = \sqrt{x}$, $a \geq 0$. И сведите решение исходного неравенства к решению системы неравенств, одно из которых является квадратным, т.е. $\begin{cases} a \geq 0, \\ a^2 + a - 20 \geq 0. \end{cases}$

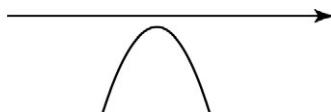
2.2. Метод интервалов

- 21.** Разложите на множители выражение $x^3 - 4x$.
- 22.** Выражение в числителе обращается в нуль при $x \geq \pm 3$. Выражение в знаменателе обращается в нуль при $x = 1$, $x = -\frac{1}{3}$. Используйте метод интервалов.
- 23.** Выражение в числителе обращается в нуль при $x = -5$, $x = 7$. Выражение в знаменателе обращается в нуль при $x = 2$. Используйте метод интервалов.
- 24.** Выражение в числителе обращается в нуль при $x = 5$, $x = 2$. Выражение в знаменателе обращается в нуль при $x = -3$. Используйте метод интервалов.
- 25.** Выражение в числителе обращается в нуль при $x = \pm 2\sqrt{3}$. Выражение в знаменателе обращается в нуль при $x = -4$, $x = 0$. Используйте метод интервалов.
- 26.** Для выражения $4x^2 + 4x + 1$ примените формулу квадрата суммы. Получите $(x - 1)(2x + 1)^2 > 0$.

27. Выражение в числителе обращается в нуль при $x=-7$, $x=1$. Выражение в знаменателе обращается в нуль при $x=1$. Используйте метод интервалов.
28. Так как $(\sqrt{a})^2 = a$ при $a \geq 0$, то исходное неравенство равносильно системе неравенств $\begin{cases} x+3 \geq 0, \\ 2x-1 \leq x+3. \end{cases}$
29. Так как $(\sqrt[3]{a})^3 = a$, то исходное неравенство равносильно неравенству $2x-1 \leq x+3$.
30. 1-й способ. Введите новую переменную $a=x^2$, $a \geq 0$. И сведите решение исходного неравенства к решению системы неравенств, одно из которых является квадратным, т.е. $\begin{cases} a \geq 0, \\ a^2 + a - 20 \geq 0. \end{cases}$.
- 2-й способ. Найдите нули функции $f(x)=x^4+x^2-20$ и отметьте их на координатной прямой. Решите неравенство методом интервалов.

2.3. Неравенства с параметром

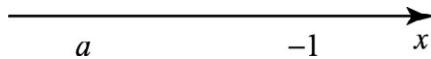
- Используйте, что $x^2 \geq 0$ при любых значениях x .
- Рассмотрите функцию $f(x)=-x^2-4x+3-a$. Графиком функции является парабола. Чтобы выполнялось неравенство $f(x) < 0$ для любого значения x , нужно чтобы график функции $y=f(x)$ был расположен следующим образом.



- Неравенство $x^2+2ax+16<0$ не имеет решений, если дискриминант уравнения $x^2+2ax+16=0$ отрицателен.

4. Сравните a и (-1) . Рассмотрите различные случаи расположения чисел a и (-1) на координатной прямой.

Если $a < -1$, то точки расположены следующим образом



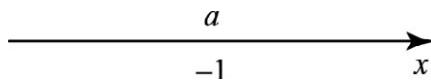
и решением неравенства будет отрезок $(a; -1)$.

Если $a > -1$, то точки расположены следующим образом



и решением неравенства будет отрезок $(-1; a)$.

Если $a = -1$, то точки расположены следующим образом

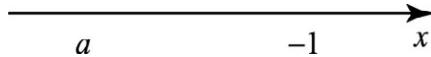


и решением неравенства будет точка (-1) .

5. См. указание к заданию 4.

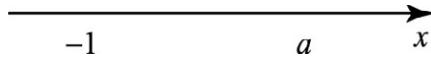
6. Сравните a и (-1) . Рассмотрите различные случаи расположения чисел a и (-1) на координатной прямой.

Если $a < -1$, то точки расположены следующим образом



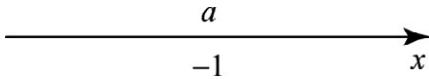
и решением неравенства будет промежуток $(a; -1)$.

Если $a > -1$, то точки расположены следующим образом



и решением неравенства будет промежуток $(-1; a)$.

Если $a = -1$, то точки расположены следующим образом



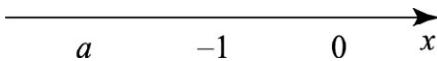
и неравенство решений не имеет.

7. См. указание к заданию 6.

8. См. указание к заданию 6.

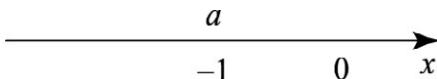
9. Сравните a , (-1) и 0 . Рассмотрите различные случаи расположения чисел a , (-1) и 0 на координатной прямой.

Если $a < -1$, то точки расположены следующим образом



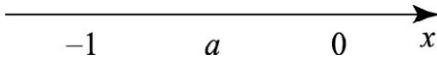
и решение неравенства $-[-1; a] \cup \{0\}$.

Если $a = -1$, то точки расположены следующим образом



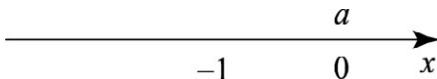
и решением неравенства будет точка 0 .

Если $-1 < a < 0$, то точки расположены следующим образом



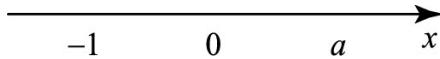
и решение неравенства $[-1; a] \cup \{0\}$.

Если $a = 0$, то точки расположены следующим образом



и решением неравенства будет отрезок $[-1; 0]$.

Если $a > 0$, то точки расположены следующим образом



и решение неравенства – отрезок $[-1; a]$.

- 10.** См. указание к заданию 9.

3. УРАВНЕНИЯ

3.1. Целые уравнения

- 21.** Перенесите все члены уравнения в левую часть уравнения и сгруппируйте: $(4a^2 - 4) - (3a^3 - 3a) = 0$.
- 22.** Для разложения на множители выражения, стоящего в левой части уравнения, примените метод группировки. Сгруппируйте первое слагаемое со вторым и третье с четвертым.
- 23.** Для решения уравнения используйте метод введения новой переменной. Пусть $a = x^2$, тогда исходное уравнение имеет вид $(a + 2)(a - 8) = 11$. Решите полученное квадратное уравнение, отберите его корни. Учтите, что $a \geq 0$.
- 24.** Для решения уравнения используйте метод введения новой переменной. Пусть $a = x^2 + 3x$, тогда исходное уравнение имеет вид $a^2 - a = 12$.
- 25.** В левой части уравнения сгруппируйте первый множитель с последним, а второй множитель с третьим. Получите: $(x^2 + x - 2)(x^2 + x) = 24$. Введите новую переменную $t = x^2 + x$. Получите уравнение $t^2 - 2t - 24 = 0$.

26. В левой части уравнения сгруппируйте первый множитель со вторым, а третий множитель с четвертым. Получите: $(x^2+x-12)(x^2+4x-12)=10x^2$. Разделите обе части уравнения на x^2 ($x^2 \neq 0$). Получите:

$$\left(x+1-\frac{12}{x} \right) \left(x+4-\frac{12}{x} \right) = 10. \text{ Введите новую переменную } t = x - \frac{12}{x}.$$

Получите уравнение $t^2 + 3t - 10 = 0$.

27. Это симметрическое уравнение. Разделите обе части уравнения на x^2 ($x^2 \neq 0$). Получите уравнение

$$4x^2 - 8x + 3 - \frac{8}{x} + \frac{4}{x^2} = 0. \text{ Сгруппируйте первое слагаемое с последним, а второе с четвертым. Получите:}$$

$$4\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 8\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3 = 0. \text{ Введите новую переменную } t = x + \frac{1}{x}.$$

Получите уравнение $4t^2 - 8t - 5 = 0$.

28. Если число a является корнем исходного уравнения, то и число $-a$ является корнем исходного уравнения (используйте свойство четности функции $f(x) = x^4 - 745x^2 + 97344$).

29 Оцените выражение в каждой скобке. Например, для любых действительных значений x :

$$x^2 - 4x + 7 = (x - 2)^2 + 3 \geq 3.$$

30. Оцените выражение в каждой скобке. Например, для любых действительных значений x :

$$x^4 - 2x^2 + 3 = (x^2 - 1)^2 + 2 \geq 2.$$

3.2. Графический способ решения уравнений

21. Точка перегиба графика функции $y=x^3-1$ имеет координаты $(0; -1)$.
22. Точка перегиба графика функции $y=x^3+1$ имеет координаты $(0; 1)$.
23. Вершина параболы $y=(x-3)^2$ имеет координаты $(3; 1)$. Ветви параболы направлены вверх.
24. Вершина параболы $y=-(x-3)^2+1$ имеет координаты $(3; 1)$. Ветви параболы направлены вниз.
25. Вершина параболы $y=-(x+1)^2+5$ имеет координаты $(-1; 5)$. Ветви параболы направлены вниз.
26. Графиком функции $y=\sqrt{6-x}$ является ветвь параболы, причем $x \leq 6$.
27. Вершина параболы $y=(x-3)^2+1$ имеет координаты $(3; 1)$. Ветви параболы направлены вверх. Точка перегиба графика функции $y=(x-2)^3+2$ имеет координаты $(2; 2)$.
28. Вершина параболы $y=(x+1)^2+4$ имеет координаты $(-1; 4)$. Ветви параболы направлены вверх.
29. Точка перегиба графика функции $y=(x-2)^3+2$ имеет координаты $(2; 2)$.
30. Графиком функции $y=\sqrt{1-x^2}$ является полуокружность, расположенная выше оси абсцисс, с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом 1.

3.3. Уравнения с параметром

1. Так как корень уравнения равен 4, то $4^2+2\cdot 4+a=0$.
2. Так как корень уравнения равен 3, то $3^2+3p-18=0$.

3. При $b \geq 0$ исходное уравнение равносильно системе условий: $\begin{cases} x = \pm\sqrt{b} \\ x \neq -10 \end{cases}$. Исходное уравнение имеет единственное решение, когда либо $\sqrt{b} = -\sqrt{b}$, либо $-\sqrt{b} = -10$.
4. При $b \geq 0$ исходное уравнение равносильно системе условий: $\begin{cases} x = -10 \\ x \neq \pm\sqrt{b} \end{cases}$. Определите, при каком значении b нуль числителя совпадает с одним из нулей знаменателя.
5. Исходное уравнение имеет единственное решение, если его дискриминант равен нулю.
6. Исходное уравнение имеет единственное решение, если оно является квадратным и его дискриминант равен нулю, либо является линейным и коэффициент при x^2 равен нулю.
7. По теореме Виета $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 - 2a, \\ x_1 \cdot x_2 = a^2 + 2 \end{cases}$, где x_1 и x_2 — корни исходного уравнения. По условию $2x_1 = x_2$. Выразите x_1 и x_2 через a , полученные выражения подставьте в соответствующее уравнение системы.
8. По теореме Виета $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{b}{2}, \\ x_1 \cdot x_2 = 0,5 \end{cases}$, где x_1 и x_2 — корни исходного уравнения. По условию $x_1 - x_2 = 1$. Решите систему уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{b}{2}, \\ x_1 \cdot x_2 = 0,5, \\ x_1 - x_2 = 1. \end{cases}$

9. Чтобы уравнение имело различные корни, нужно, чтобы его дискриминант был положителен. Так как оба корня отрицательны, то их сумма отрицательна, а произведение положительно.
10. Представьте уравнение в виде $x(x^2 - 2ax - 2a + 3) = 0$. Уравнение имеет три различных корня, если дискриминант квадратного уравнения $x^2 - 2ax - 2a + 3 = 0$ положителен и все корни исходного уравнения различны, т.е. в данном случае нуль не является корнем уравнения $x^2 - 2ax - 2a + 3 = 0$.

4. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

4.1. Способы решения систем уравнений

11. Рассмотрите второе уравнение системы и примените формулу квадрата суммы. Получите $\begin{cases} x + y = 5 \\ x + y = -5 \end{cases}$.
12. 1-й способ. Рассмотрите второе уравнение системы. Если $\frac{x}{y} = a$, то $a + \frac{4}{a} = 5$ и $\begin{cases} a = 1 \\ a = 4 \end{cases}$. Исходная система равносильна совокупности систем: $\begin{cases} \begin{cases} x = y \\ x + y = 8 \end{cases} \\ \begin{cases} x = 4y \\ x + y = 8 \end{cases} \end{cases}$.
- 2-й способ. Выразите из первого уравнения x и подставьте во второе уравнение.

13. Решите первое уравнение. Исходная система равносильна совокупности систем: $\begin{cases} \begin{cases} x = 1 \\ x^2 - 4xy = 13 \end{cases} \\ \begin{cases} y = -2 \\ x^2 - 4xy = 13 \end{cases} \end{cases}$.

- 14.** Так как $x \neq 0$ и $y \neq 0$, то разделим первое уравнение системы на второе уравнение. Получим: $x^2y^2=4$, т.е. $xy=2$ или $xy=-2$.
- 15.** Сначала решите следующую систему уравнений

$$\begin{cases} y - x = 4, \\ y + x = 8. \end{cases}$$
Получите:
$$\begin{cases} x = 2, \\ y = 6. \end{cases}$$
Проверьте, является ли эта пара чисел решением третьего уравнения $xy - y^2 = -24$.
- 16.** Сначала решите следующую систему уравнений

$$\begin{cases} y - 2x = 1, \\ y + x = 4. \end{cases}$$
Получите:
$$\begin{cases} x = 1, \\ y = 3. \end{cases}$$
Проверьте, является ли эта пара чисел решением третьего уравнения $x^2 - 2xy = 5$.
- 17.** Представьте первое уравнение системы в виде $a^2 + b^2 = 0$.
- 18.** Сложите все уравнения системы. Получите $x+y+z=6$. Затем можно вычесть каждое уравнение системы из получившегося уравнения.
- 19.** Умножьте почленно все уравнения системы. Получите $(xyz)^2 = 36$.
- 20.** Уравнение равносильно системе уравнений

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 0, \\ x^2 - 5y - 1 = 0, \end{cases}$$
решение которой сводится к решению системы
$$\begin{cases} x + y = 0, \\ x^2 - 5y - 1 = 0, \end{cases}$$

**4.2. Графический способ решения
систем уравнений**

21. Графиком второго уравнения системы является кубическая парабола, а второго – парабола с вершиной $(0; -2)$, ветви которой направлены вниз.
22. Графиком первого уравнения системы является окружность с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом 2.
23. Графиком первого уравнения системы является окружность с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом 2.
24. Графиком второго уравнения системы является окружность с центром в точке $(2; 2)$ и радиусом 2.
25. Графиком первого уравнения является ветвь параболы $y = \sqrt{x}$. Графиком второго уравнения является кубическая парабола.
26. Графиком первого уравнения системы является парабола с вершиной $(0; 2)$, ветви которой направлены вниз.
27. Графиком первого уравнения является гипербола.
28. Графиками каждого из уравнений являются параболы.
29. Первое уравнение системы задает пару пересекающихся прямых $y=x$ и $y=-x$. Графиком второго уравнения системы является окружность с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом 3.
30. Первое уравнение системы задает квадрат, центр которого – точка $(0; 0)$, а вершины имеют координаты $(4; 0), (-4; 0), (0; 4), (0; -4)$. Графиком второго уравнения системы является окружность с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом 2.

4.3. Системы уравнений с параметром

1. Систему можно решить способом подстановки. Подставив значение переменной y в первое уравнение, получите квадратное уравнение с параметром относительно переменной x , которое имеет единственное решение, если $4 - m = 0$.
2. Систему можно решить способом подстановки. Подставив значение переменной y в первое уравнение, получите квадратное уравнение с параметром относительно переменной x , которое имеет единственное решение, если $4 - m^2 = 0$.
3. Систему можно решить способом подстановки. Подставив значение переменной y в первое уравнение, получите квадратное уравнение с параметром относительно переменной x , которое имеет единственное решение, если дискриминант квадратного уравнения равен нулю.
4. Графиком первого уравнения системы является окружность с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом 2. Графиками второго уравнения является семейство парабол с осью $x=0$, ветви которых направлены вверх.
5. Графиком первого уравнения системы является окружность с центром в точке $(0; 0)$ и радиусом 2. Графиками второго уравнения системы являются окружности с центром в точке $(0; 4)$ и радиусами $|m|$, $m \neq 0$. Чтобы система имела единственное решение, эти окружности должны касаться внешним и внутренним образом с окружностью $x^2 + y^2 = 4$.
6. Подставьте в первое уравнение системы выражение $y = b - x$. Получите квадратное уравнение относительно переменной x , которое имеет единственное решение, если его дискриминант равен нулю.

7. Подставьте в первое уравнение системы выражение $x=b+4$. Получите квадратное уравнение относительно переменной y , которое имеет единственное решение, если его дискриминант равен нулю.
8. Постройте график функции $y=|x|+2$. Графиками второго уравнения являются семейство прямых, проходящих через точку $(0; 0)$.
9. Постройте график функции $y=|x|+2$. Постройте график функции $y=a|x|$ при $a=1$. Сделайте вывод. Постройте график функции $y=a|x|$ при $a=-1$. Сделайте вывод.
10. Первое уравнение системы задает квадрат, центр которого – точка $(0; 0)$, а вершины имеют координаты $(4; 0)$, $(-4; 0)$, $(0; 4)$, $(0; -4)$. Графиками второго уравнения является семейство парабол с осью $x=0$, ветви которых направлены вверх.

4.4. Текстовые задачи

21. Через год на счету будет 10 100 рублей. Теперь надо рассчитывать доход за второй год от этой суммы, а не от 10 000 рублей.
22. Через год на счету будет 1050 рублей. Теперь надо рассчитывать доход за второй год от этой суммы, а не от 1000 рублей.
23. Автомобили могут оказаться друг от друга на расстоянии 50 км либо до места встречи, либо после. Поэтому задача имеет два решения!
24. Мотоциклисты могут оказаться друг от друга на расстоянии 20 км либо до места встречи, либо после. Поэтому задача имеет два решения.

25. Пусть первая труба может наполнить бассейн за x часов, а вторая труба — за y часов. Объем бассейна примите за 1, тогда производительности труда соответственно $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{y}$. Имеем первое уравнение: $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 4 = 1$. Получите второе уравнение:

$$\frac{0,5}{\frac{1}{x}} + \frac{0,5}{\frac{1}{y}} = \frac{1}{9}, \text{ т.е. } x + y = \frac{2}{9}.$$

26. Пусть первая машина может очистить от снега улицу за x часов, а вторая — за y часов. Объем работ по расчистке улицы от снега примите за 1, тогда производительности труда соответственно $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{y}$. Имеем первое уравнение: $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \cdot 12 = 1$. Получите второе уравнение: $\frac{0,5}{\frac{1}{x}} + \frac{0,5}{\frac{1}{y}} = \frac{1}{25}$, т.е. $x + y = \frac{2}{25}$.

27. Пусть первому каменщику на постройку стены потребуется x дней, тогда второму — $(x-5)$ дней. Объем работ примите за 1, тогда производительности труда соответственно $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{x-5}$. Имеем уравнение: $5 \cdot \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x-5}\right) \cdot 4 = 1$.

28. Пусть первой машинистке на перепечатку рукописи потребуется x дней, тогда второй — $(x+3)$ дней. Объем работ примите за 1, тогда производительности труда соответственно $\frac{1}{x}$ и $\frac{1}{x+3}$. Имеем уравнение: $3 \cdot \frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x+3}\right) \cdot 5 = 1$.

- 29.** Двухзначное число можно записать в виде $10x+y$, где x — число десятков, а y — число единиц. Тогда имеем систему $\begin{cases} x + y + 81 = 10x + y, \\ x - 5 = y. \end{cases}$
- 30.** Двухзначное число можно записать в виде $10x+y$, где x — число десятков, а y — число единиц. Тогда имеем систему $\begin{cases} 10x + y - 54 = x + y, \\ x - 2 = y. \end{cases}$

5. ПРОГРЕССИИ

5.1. Арифметическая прогрессия

- 21.** Пусть разность прогрессии равна d , тогда $AC=AB+d$, $BC=AB+2d$. Периметр треугольника равен $AB+AB+d+AB+2d=3(AB+d)$.
- 22.** Пусть разность прогрессии равна d , тогда $AC=AB+d$, $BC=AB+2d$. Периметр треугольника $AB+AB+d+AB+2d=3(AB+d)$.
- 23.** Запишите формулу n -го члена прогрессии. Получите, что $a_n=0,3n-16,3$. Решите неравенство $a_n < 0$. Учтите, что переменная n принимает только натуральные значения.
- 24.** Запишите формулу n -го члена прогрессии. Получите, что $a_n=-0,4n+13,7$. Решите неравенство $a_n > 0$. Учтите, что переменная n принимает только натуральные значения.
- 25.** Пусть a_n — исходная арифметическая прогрессия, тогда $a_1=3$, $a_5=47$. Запишите формулу n -го члена для a_5 и найдите разность прогрессии.
- 26.** Аналогично заданию № 25.

27. Выразите a_2 , a_8 , a_{11} через a_1 и d .
28. Аналогично заданию № 27.
29. Все четные числа, кратные 3, имеют вид $6n$, где n — натуральное число. Получаем a_n : 6; 12; 18 ... Сумма двузначных чисел такого вида равна 810. Четных двузначных чисел, кратных 3 и кратных 7, всего два: 42 и 84.
30. Любое натуральное число, которое дает остаток 1 при делении на 4, можно записать в виде $4n+1$, где n — натуральное число. Сколько таких натуральных чисел не превосходят 150? Решите неравенство $4n+1 < 150$. Остается найти сумму тридцати семи членов арифметической прогрессии $a_n=4n+1$.

5.2. Геометрическая прогрессия

21. Пусть b_n — исходная геометрическая прогрессия, тогда $b_1=3$, $b_5=48$. Запишите формулу n -го члена для b_5 и найдите знаменатель прогрессии.
22. Аналогично заданию № 21.
23. Пусть b_n — исходная геометрическая прогрессия, тогда сумма первых четырех членов прогрессии равна $b_1 \cdot \frac{2^4 - 1}{2 - 1}$ или 75.
24. Пусть b_n — исходная геометрическая прогрессия, тогда сумма первых четырех членов прогрессии равна $b_1 \cdot \frac{2^4 - 1}{2 - 1}$ или 90.
25. Данная геометрическая прогрессия является бесконечно убывающей, поэтому ее сумма вычисляется по формуле $S = \frac{b_1}{1-q}$, где b_1 — первый член прогрессии, а q — знаменатель прогрессии.

26. Аналогично заданию № 21.

- 27.** Решите систему уравнений $\begin{cases} b_1 + b_4 = 27, \\ b_2 \cdot b_3 = 72. \end{cases}$ Преобразуйте второе уравнение и получите, что $b_1 \cdot b_4 = 72$. Система имеет два решения, но одно из них является посторонним, так как исходная прогрессия является возрастающей.

- 28.** Решите систему уравнений $\begin{cases} b_1 + b_5 = 34, \\ b_2 \cdot b_4 = 64. \end{cases}$ Преобразуйте второе уравнение и получите, что $b_1 \cdot b_5 = 64$. Система имеет два решения, но одно из них является посторонним, так как исходная прогрессия является возрастающей.

- 29.** Пусть члены геометрической прогрессии имеют вид $b_1, b_1q, b_1q^2, b_1q^3$. Используйте характеристическое свойство арифметической прогрессии и получите систему уравнений $\begin{cases} 2(b_1q + 5) = b_1 + 2 + b_1q^2 + 7, \\ 2(b_1q^2 + 7) = b_1q + 5 + b_1q^3 + 7. \end{cases}$

- 30.** См. указание к решению № 29.

6. СТЕПЕНЬ

6.1. Корень n -й степени

- 21.** Используйте следующее свойство корней n -й степени: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ при $a \geq 0, b \geq 0$.
- 22.** Используйте следующее свойство корней n -й степени: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$ при $a \geq 0, b \geq 0$.
- 23.** Выражение под знаком арифметического корня шестой степени должно быть неотрицательным.

24. Выражение под знаком арифметического корня четвертой степени должно быть неотрицательным.
25. Разложите числитель на множители, для этого вынесите общий множитель $2\sqrt[4]{9k}$.
26. Разложите числитель на множители, для этого вынесите общий множитель $3\sqrt[6]{8m}$.
27. Используйте формулу $\sqrt[4]{a^4} = |a|$.
28. Используйте формулу $\sqrt[4]{a^4} = |a|$.
29. Уравнение равносильно системе $\begin{cases} x+1=0, \\ 2x^2+5x+2=0, \\ 2x^2+5x+2 \geq 0. \end{cases}$
30. Уравнение равносильно системе $\begin{cases} x-1=0, \\ 2x^2-5x+2=0, \\ 2x^2-5x+2 \geq 0. \end{cases}$

6.2. Степень с рациональным показателем

21. Раскройте скобки, применив формулу квадрата суммы. Обратите внимание, что $(2^{0,5})^2=2$.
22. Раскройте скобки, применив формулу квадрата разности. Обратите внимание, что $(3^{0,5})^2=3$.
23. Представьте выражение $x^{\frac{3}{4}}$ в виде арифметического корня n -й степени. Затем обе части уравнения возведите в четвертую степень. Получите: $x^3=16$.
24. Аналогично решению заданию № 23.

25. $40^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8 \cdot 5}$.

26. $54^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27 \cdot 2}$.

27. Разложите на множители и числитель, и знаменатель. В числителе примените формулу разности квадратов, а в знаменателе вынесите общий множитель $x^{0,5}$.

28. Аналогично решению заданию № 27.

29. При преобразовании выражений в знаменателе используйте формулы квадрата суммы и квадрата разности. Получите в знаменателе $2a^{\frac{1}{4}} + 8b^{\frac{1}{4}}$. Числитель разложите на множители с помощью формулы разности квадратов.

30. См. указание к решению задачи № 29.

ОТВЕТЫ

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. КВАДРАТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ

№ зада- ния	Ответ	№ зада- ния	Ответ
1	A — 2, Б — 1, В — 3	11	1
2	A — 2, Б — 3, В — 1	12	4
3	2	13	A — 2, Б — 1, В — 3, Г — 4
4	4	14	4
5	3	15	1
6	(−3; −4)	16	3
7	1	17	[2; +∞)
8	2	18	[3; +∞)
9	3	19	3
10	4	20	2

21. −20.

22. а) $(-\infty; 1)$ и $(5; +\infty)$; б) −4 — наименьшее значение функции; в) $[-4; +\infty)$; г) $(1; 0)$ и $(5; 0)$; д) функция возрастает на промежутке $[3; +\infty)$, функция убывает на промежутке $(-\infty; 3]$; е) $[-4; 5]$.

23. а) $x < -6$; б) $(-\infty; +\infty)$; $y(5) = -2$; в) $(-6; 0)$, $(3; 0)$, $(0; -15)$; г) функция возрастает при $-1 \leq x \leq 3$, функция убывает на промежутке $(-\infty; -1]$ и на промежутке $[3; +\infty)$.

24. $a < 0$, $b < 0$, $c < 0$.

25. $y > 0$, если x — любое число, кроме $x = \pm 2$.

26. $y = -x^2 + 2x + 3$.

- 27.** Прямая имеет с графиком функции четыре общие точки при $0 < m < 4$.
- 28.** При $m > 0$ и $m = -16$ — две общие точки, при $-16 < m < 0$ — четыре общие точки, при $m = 0$ — три общие точки, при $m < -16$ — нет общих точек.
- 29.** $a=2$; $(1; 0)$.
- 30.** $a=-2$; $(2; 10)$.

2. НЕРАВЕНСТВА

2.1. Квадратные неравенства

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	$(-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$	16	$(-2; -0,5)$
2	$(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$	17	$[-10; 0]$
3	$[-1; 10]$	18	$[-5; 0]$
4	$(-\infty; -3] \cup [2; +\infty)$	19	2
5	Решений нет	20	4
6	$(-\infty; +\infty)$	21	$(-3; -2]$
7	1	22	6
8	$(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$	23	$\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right] \cup \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$
9	Решений нет	24	$\{-1\} \cup [3; 4]$
10	$(-\infty; +\infty)$	25	$-4; -3; 3; 4$
11	$[-8; 8]$	26	1, 2, 3, 4
12	Решений нет	27	$(-5; -1) \cup (-1; 5]$
13	$(-\infty; 0] \cup [100; +\infty)$	28	-3
14	$(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$	29	$\pm 1; \pm 2$
15	$[-4; 4]$	30	$[16; +\infty)$

2.2. Метод интервалов

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	$(0; +\infty)$	16	2
2	$(0; 1)$	17	2
3	$(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$	18	4
4	$(-\infty; -3] \cup [0; +\infty)$	19	4
5	$(-\infty; -3] \cup (0; +\infty)$	20	4
6	$(-\infty; -3] \cup [0; +\infty)$	21	$(-\infty; -2] \cup [0; 2]$
7	$(-\infty; 0] \cup (3; +\infty)$	22	$\left[-3; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; 3]$
8	$(-\infty; -1] \cup [0; 3]$	23	$[-5; 2) \cup (2; 7]$
9	$(-\infty; -1] \cup [0; 3)$	24	5
10	$(-\infty; -1) \cup [0; 3)$	25	$(-\infty; -4) \cup [-2\sqrt{3}; 0) \cup [2\sqrt{3}; +\infty)$
11	$(-12; -5) \cup [3; +\infty)$	26	$(1; +\infty)$
12	$(-\infty; 3) \cup (5; 12)$	27	$(-7; 1) \cup (1; +\infty)$
13	$(-\infty; -12] \cup [-5; 3]$	28	$[-3; 4]$
14	$[-12; 3] \cup [5; +\infty)$	29	$(-\infty; 4]$
15	3	30	$(-\infty; -2) \cup [2; +\infty)$

2.3. Неравенства с параметром

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	4	6	$[-2; 0]$
2	8	7	$(1; 2] \cup [-4; -3)$
3	-4	8	$(0; 1] \cup [-3; -2)$
4	$[0; 1) \cup (-3; -2]$	9	$[2; 3)$
5	$(-2; 0]$	10	$(-\infty; 1)$

3. УРАВНЕНИЯ**3.1. Целые уравнения**

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	0; ±3	16	0
2	0	17	2
3	0; 3	18	2
4	0; -3	19	A3, B1, B2
5	2	20	A2, B3, B1
6	±2	21	±1; $\frac{4}{3}$
7	-2	22	-2; ±3$\sqrt{2}$
8	Решений нет	23	±3
9	3	24	-4; 1
10	2	25	-3; 2
11	0; ±0,2	26	-3; 4; -3 ± $\sqrt{21}$
12	0	27	0,5; 2
13	0,2	28	24
14	-0,2	29	—
15	2	30	1

3.2. Графический способ решения уравнений

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	4	6	0	11	0; 1
2	-1	7	1	12	0
3	2	8	1	13	0; 1
4	1	9	2	14	0
5	1	10	0	15	2

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
16	4	21	1	26	3
17	1	22	0	27	2
18	1	23	2	28	0
19	0; 1	24	0	29	3
20	0; 1	25	1	30	0

3.3. Уравнения с параметром

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	-24	6	2; 2,25
2	-3	7	4
3	0; 100	8	$\pm 2\sqrt{3}$
4	$b \neq 100$	9	-5
5	0,25	10	$(-\infty; -7) \cup (1; 1,5) \cup (1,5; +\infty)$

4. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

4.1. Способы решения систем уравнений

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	(1; -1), (-2; -4)	6	(-3; 2), (4; -1,5)
2	(9; 3), (4; -2)	7	(5; -3)
3	(1; 1), (1; -1)	8	(5; 3)
4	(-4; 10), (3; 3)	9	2
5	(5; 2), (-4; -2,5)	10	1

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
11	(6; -1), (1; -6)	16	Нет
12	(6,4; 1,6), (4; 4)	17	(2; 1)
13	(1; -3), $(-4 + \sqrt{29}; -2)$, $(-4 - \sqrt{29}; -2)$	18	(1; 3; 2)
14	(1; 2), (-1; 2), (1; -2), (-1; -2)	19	(2; 1; 3), (-2; -1; -3)
15	Да, (2; 6)	20	2

4.2. Графический способ решения систем уравнений

№ зада- ния	Ответ	№ зада- ния	Ответ	№ зада- ния	Ответ
1	(0; 3) (-3; 0)	11	(-1; 1)	21	0
2	(1; 0), (4; 3)	12	(0; 0), (1; 0)	22	2
3	1	13	(-2; -2)	23	3
4	2	14	2	24	(0; 2), (2; 0)
5	2	15	0	25	(4; 2)
6	3	16	4	26	(1; 1), (-1; 1)
7	1	17	0	27	1
8	3	18	(2; 0)	28	2
9	2	19	2	29	4
10	4	20	(-2; 0)	30	4

4.3. Системы уравнений с параметром

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	4	6	-1,25
2	± 2	7	$(-\infty; -7) \cup (-1; +\infty)$
3	$\pm 2\sqrt{2}$	8	$[-1; 1]$
4	-2	9	$(-\infty; 1]$
5	$\pm 2; \pm 6$	10	$(-\infty; -16) \cup (4; +\infty)$

4.4. Текстовые задачи

№ зада- ния	Ответ	№ зада- ния	Ответ
1	6 и 12	11	12 см и 5 см
2	6 и 10	12	8 см
3	6 и 4	13	19 стр.
4	12 и 5	14	42 детали
5	$\frac{3}{4}$	15	I — 15 км/ч, II — 12 км/ч
6	$\frac{2}{5}$	16	I — 6 км/ч, II — 4 км/ч
7	10 домов, 15 палаток	17	3 км/ч
8	На сарафан 2 м, на платье 3 м	18	8 км/ч
9	12 рядов по 4 стула в каждом ряду	19	10 100
10	15 см и 8 см	20	5150

№ зада- ния	Ответ	№ зада- ния	Ответ
21	10 201	26	I – 20 часов, II – 30 часов
22	1100,5	27	I — 15 дней, II — 10 дней
23	63 км/ч, 67 км/ч; 73 км/ч, 77 км/ч	28	I — 12 дней, II — 15 дней
24	35 км/ч, 40 км/ч; 40 км/ч, 45 км/ч	29	94
25	I — 12 часов, II — 6 часов	30	64

5. ПРОГРЕССИИ

5.1. Арифметическая прогрессия

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	7	11	4	21	12
2	8	12	3	22	16
3	0,4	13	-95	23	54
4	0,5	14	-99	24	36
5	1	15	1,3	25	14; 25; 36
6	2	16	4800	26	46; 34; 22
7	13	17	2	27	23
8	17	18	0,8	28	24
9	25	19	3500	29	684
10	30	20	228	30	2849

5.2. Геометрическая прогрессия

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	0,5	11	$\frac{5}{16}$	21	6; 12; 24 или –6; 12; –24
2	0,4	12	$\frac{2}{9}$	22	3; 9; 27 или –3; 9; –27
3	0,1	13	2	23	5
4	10	14	3	24	6
5	16	15	124	25	1,25
6	1	16	189	26	1,2
7	–3	17	44	27	24
8	–1	18	–63	28	24
9	18	19	18	29	1; 2; 4; 8
10	24	20	32	30	1; 4; 7; 10

6. СТЕПЕНЬ**6.1. Корень n -й степени**

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	2	10	5
2	± 2	11	3
3	Решений нет	12	0,2
4	4	13	6
5	4	14	15
6	–4	15	1
7	3	16	1,5
8	0,5	17	2
9	2	18	–3

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
19	4	25	-2
20	$\frac{1}{3}$	26	-3
21	20	27	-0,2
22	12	28	-0,4
23	$(-\infty; 12] \cup [12; +\infty)$	29	-2; -0,5
24	$[-14; 14]$	30	0,5; 2

6.2. Степень с рациональным показателем

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	4	13	Решений нет
2	5	14	Решений нет
3	3	15	Решений нет
4	$a^{\frac{1}{4}}$	16	-8
5	2	17	А — 3; Б — 1; В — 2
6	$k^{\frac{1}{2}}$	18	А — 2; Б — 4; В — 1
7	$p^{-\frac{2}{3}}$	19	-5
8	$y^{-\frac{5}{6}}$	20	-6
9	a^2	21	11
10	d^3	22	7
11	4	23	$\sqrt[3]{16}$
12	81	24	$\sqrt[3]{81}$

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
25	34	28	$\frac{2x^{0,5} - y^{0,5}}{x^{0,5}}; 1,97$
26	28	29	$\frac{\frac{1}{4}a^4 - 4b^4}{2}; -2,5$
27	$\frac{3x^{0,5} - y^{0,5}}{x^{0,5}}; 2,98$	30	$\frac{\frac{1}{4}a^4 - 9b^4}{2}; -12,5$

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ

ВАРИАНТ 1

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1,88	13	8,5
2	6	14	18
3	$b; 1; 0; a-1$	15	$\frac{m^2 + n^2}{m^2 - n^2}; 3$
4	2,2	16	1
5	15 000	17	$(-\infty; 0) \cup [4; +\infty)$
6	4,5	18	5408
7	24	19	4032
8	$(-\infty; -1,5] \cup [1,5; +\infty)$	20	—
9	3	21	7, 9; 11, 13
10	$\frac{11}{36}$	22	$(-\infty; 0) \cup (0; 0,2)$
11	1, 3, 4	23	64
12	12 см и 16 см		

ВАРИАНТ 2

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	0,86	13	-55,5
2	8	14	8
3	$a; 0; \frac{1}{b}; 1$	15	$\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}; 1,8$
4	1,6	16	4
5	8000	17	$(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$
6	3,5	18	10609
7	16	19	1344
8	$\left[-1\frac{1}{3}; 1\frac{1}{3} \right]$	20	—
9	2	21	63, 67; 73, 77
10	$\frac{13}{36}$	22	$-\frac{1}{16}; 0$
11	1, 2, 4	23	$9\sqrt{3}$
12	12 см и 5 см		

**ЗАДАНИЯ
ДЛЯ УРОКОВ ОБОБЩЕНИЯ И ПОВТОРЕНИЯ**
(приложение)

Урок 1. ЧИСЛА И ВЫЧИСЛЕНИЯ

Ответы к заданиям урока

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1,8	6	$3\sqrt{3}$
2	-0,08	7	2
3	441	8	4
4	24	9	256
5	2,4	10	3888, 8838, 8388

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	0,88	6	$3\sqrt{2}$
2	-0,03	7	1
3	484	8	4
4	28	9	22 500
5	3,1	10	1212, 1122, 2112

Урок 2. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ**Ответы к заданиям урока**

№ задания	Ответ
1	12 лет
2	Стульев — 6, рядов — 12.
3	270 рублей
4	64 человека
5	30 км/ч и 20 км/ч
6	14,4 км/ч
7	15 км/ч

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	40 лет
2	Стульев — 10, рядов — 8
3	320 рублей
4	56 человек
5	5 км/ч и 6 км/ч
6	3,75 км/ч
7	16 км/ч

Урок 3. ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ**Ответы к заданиям урока**

№ задания	Ответ
1	203
2	4 см
3	130 деталей
4	15 дней
5	12 деталей
6	20 литров
7	56%

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	304
2	6 см
3	550 деталей
4	35 минут
5	6 авто
6	100 литров
7	44%

Урок 4. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ**Ответы к заданиям урока**

№ задания	Ответ
1	$\sqrt{\frac{S}{\pi}}$
2	30; 210
3	$-3a^2 - 10a + 5$

№ задания	Ответ
4	$-12a^2 - 29a + 15$
5	$2b^5 - 8b$
6	$-3c^2 - 3b^2$
7	$(x+4y)(b+7)$
8	$(x-y)(a-b)$
9	$(18x-0,3y)(-18x+0,3y)$
10	$(2x+c)^2$
11	$2(x+0,5)(x-1)$
12	14, 15, 16

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	$\sqrt{\frac{S}{4\pi}}$
2	32; 320
3	$-x + 2xy + 7$
4	$6m^2 - 23m + 20$
5	$-y^5 + 9y$
6	$7p^2 + 7y^2$
7	$(5+b)(z+6a)$
8	$(b-n)(m-a)$
9	$(0,4y-17a) (0,4y+17a)$
10	$(3b+k)^2$
11	$2(x+0,5)(x-2)$
12	13, 14, 15

Урок 5. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ**Ответы к заданиям урока**

№ задания	Ответ
1	3,4
2	-9 при $x = -3$
3	$\frac{1-2a}{2}$
4	$\frac{3x-1}{x}$
5	$\frac{-2}{x}$
6	$\frac{a-b}{ab}$
7	$\frac{4}{4+3x}$
8	$\frac{3}{x-2}$
9	$-4(2+\sqrt{x})$; 64

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	2, 4
2	-16 при $x = 4$
3	$\frac{3a-1}{2}$

№ задания	Ответ
4	$\frac{4x - 1}{x}$
5	-2
6	$\frac{m + n}{mn}$
7	$\frac{3}{3 + 4x}$
8	$\frac{2}{x + 5}$
9	$25(5 - \sqrt{x}); -150$

Урок 6. УРАВНЕНИЯ

Ответы к заданиям урока

№ задания	Ответ
1	-18
2	x — любое число
3	$-2\frac{4}{9}$
4	0; 3,5
5	$\pm 1,3$
6	1; 5
7	-2,5
8	$-3; \pm 3\sqrt{2}$
9	± 3
10	(-3; 4)
11	(-3; 4), (-3; -4), (3; 4), (3; -4)

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	-32
2	x — любое число
3	$-3\frac{4}{11}$
4	$0; 1\frac{1}{3}$
5	$\pm 1,4$
6	3; 5
7	-0,5
8	$3; \pm 3\sqrt{2}$
9	± 2
10	(-1; 5)
11	(-6; 5), (-6; -5), (6; 5), (6; -5)

Урок 7. СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ**Ответы к заданиям урока**

№ задания	Ответ
1	3
2	(25; 2)
3	(5; 2), (5; -2), (-5; 2), (-5; -2)
4	1
5	(5; 0), (-5; 0), ($2\sqrt{6}$; -1), (- $2\sqrt{6}$; -1)
6	2
7	4
8	(3; 1), (-3; -1)
9	(-2; 1)

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	4
2	(5; 36)
3	(5; 6), (5; -6), (-5; 6), (-5; -6),
4	2
5	(6; 0), (-6; 0), $(\sqrt{35}; -1)$, $(-\sqrt{35}; -1)$
6	0
7	3
8	(4; 1), (-4; -1)
9	Решений нет

Урок 8. НЕРАВЕНСТВА

Ответы к заданиям урока

№ задания	Ответ
1	$\frac{1}{a}$; 1; $\frac{1}{b}$; 0
2	1; 2
3	2
4	1
5	(-10; -1]
6	(0,35; 1,35)
7	($-\infty$; -2]
8	($-\infty$; -4] \cup (0; $+\infty$)
9	[-3; 0) \cup (0; 1]
10	(1; 2]

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	$\frac{1}{a}; 0; \frac{1}{b}; 1$	6	(-1,3; 0,2)
2	2; 4	7	[4; +∞)
3	3	8	[0; 7]
4	3	9	[-4; 0) ∪ (0; 1]
5	(-12; -1]	10	[-2; -1)

Урок 9. ФУНКЦИИ

Ответы к заданиям урока

№ задания	Ответ
1	14
2	$y = -3x$
3	Да; нет
4	(0; 3), (-1,5; 0)
5	$y > 0$ при $x \in (-3; 3)$ $y < 0$ при $x \in (-\infty; -3) \cup (3; +\infty)$
6	[-2; +∞)
7	(-1; 0)
8	А — 1, Б — 3, В — 2, Г — 4
9	36
10	$1\frac{1}{8}$
11	0

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	5
2	$y=0,25x$
3	Нет; да
4	(0; -3), (1,5; 0)
5	$y > 0$ при $x \in (-2; 2)$ $y < 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$
6	$(-\infty; 2]$
7	(1; 0)
8	А — 1, Б — 4, В — 2, Г — 3
9	24
10	$3\frac{1}{8}$
11	2

Урок 10. ПРОГРЕССИИ

Ответы к заданиям урока

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1; 2	7	254
2	1	8	354
3	35	9	121
4	96	10	± 4
5	-96	11	9,5
6	-49		

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	1; 3
2	3
3	47
4	162
5	-256
6	-42
7	364
8	406
9	63
10	± 32
11	53,5

Урок 11. СТАТИСТИКА И ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ**Ответы к заданиям урока**

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	20	6	На 3,6
2	37 500	7	$\frac{1}{6}$
3	73	8	0,8
4	35	9	$\frac{7}{36}$
5	На 0,4	10	$\frac{1}{7}$

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	21	6	На 3,2
2	25 000	7	$\frac{1}{3}$
3	44	8	0,7
4	10	9	$\frac{5}{36}$
5	На 1,2	10	$\frac{6}{49}$

Урок 12. НАЧАЛЬНЫЕ ПОНЯТИЯ ГЕОМЕТРИИ

Ответы к заданиям урока

№ задания	Ответ
1	1; 3
2	71; 109
3	—
4	—
5	—
6	40
7	26, 26, 128
8	80
9	37, 53, 90; 16, 74, 90
10	(2; 8)

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	3
2	36; 144
3	—
4	—
5	—
6	80
7	32, 32, 116
8	75
9	8, 82, 90; 41, 49, 90
10	(1; 7)

Урок 13. ТРЕУГОЛЬНИК**Ответы к заданиям урока**

№ задания	Ответ
1	1; 4
2	1) 18; 2) $9\sqrt{3}$; 3) 12π ; 4) $2\pi\sqrt{3}$; 5) $6\sqrt{3}$
3	1) 24; 2) 24; 3) 2; 4) 5; 5) 5; 6) ΔMNE подобен ΔMPN и т. д.
4	1) 42; 2) 42; 3) тупоугольный; 4) 2; 5) 12,5; 6) 4,2
5	4; $\sqrt{34}$

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	1) 36; 2) $36\sqrt{3}$; 3) 48π ; 4) $4\pi\sqrt{3}$; 5) $24\sqrt{3}$
2	1) 30; 2) 30; 3) 2; 4) 6,5; 5) 6,5; 6) $\triangle COD$ подобен $\triangle ACD$ и т.д.
3	1) 32; 2) 24; 3) тупоугольный; 4) 1,5; 5) $8\frac{1}{8}$; 6) 12
4	5; $\sqrt{7}$
5	1; 2; 3

Урок 14. ПАРАЛЛЕЛОГРАММ. РОМБ. КВАДРАТ

Ответы к заданиям урока

№ задания	Ответ
1	1) 24; 2) 36; 3) $6\sqrt{2}$; 4) 18π ; 5) 6π
2	1) 20; 2) 6; 3) 24; 4) 12; 5) 4, 8; 6) 2, 4
3	1) 46; 2) 13; 3) $12\sqrt{55}$; 4) $3\sqrt{55}$
4	1; 4

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	1) 16; 2) 16; 3) $4\sqrt{2}$; 4) 8π ; 5) 4π
2	1) 52; 2) 10; 3) 120; 4) 60; 5) $\frac{120}{13}$; 6) $\frac{60}{13}$
3	1) 34; 2) $\frac{\sqrt{177}}{2}$; 3) 48; 4) 12
4	2; 3

Урок 15. ТРАПЕЦИЯ. ОКРУЖНОСТЬ**Ответы к заданиям урока**

№ задания	Ответ
1	1) 7, 13; 2) 14, 4,5
2	1) 10; 2) 12; 3) 120; 4) 48; 5) 48; 6) 72; 7) 72; 8) 19, 2; 9) 28, 8; 10) 43, 2; 11) 28, 8
3	65
4	100; 50

Ответы к домашнему заданию

№ задания	Ответ
1	1) 7,17; 2) 42, 102
2	1) 4, 5; 2) 12; 3) 54; 4) 6; 5) 6; 6) 48; 7) 48; 8) 0,75; 9) 5,25; 10) 42; 11) 6
3	85
4	140; 70

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Введение</i>	3
-----------------------	---

ТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАДАНИЯ

1. Квадратичная функция	5
2. Неравенства	16
2.1. Квадратные неравенства	16
2.2. Метод интервалов	19
2.3. Неравенства с параметром	23
3. Уравнения	24
3.1. Целые уравнения	24
3.2. Графический способ решения уравнений	27
3.3. Уравнения с параметром	34
4. Системы уравнений.....	35
4.1. Способы решения систем уравнений	35
4.2. Графический способ решения систем уравнений	38
4.3. Системы уравнений с параметром	50
4.4. Текстовые задачи	51
5. Прогрессии.....	56
5.1. Арифметическая прогрессия	56
5.2. Геометрическая прогрессия.....	60
6. Степень	64
6.1. Корень n -й степени.....	64
6.2. Степень с рациональным показателем	67

ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Вариант 1	71
Вариант 2	76

Приложение. Задания для уроков обобщения и повторения

Урок 1. Числа и вычисления	81
Урок 2. Текстовые задачи	84
Урок 3. Текстовые задачи	86
Урок 4. Алгебраические выражения	89

Урок 5. Алгебраические выражения	91
Урок 6. Уравнения	93
Урок 7. Системы уравнений.....	96
Урок 8. Неравенства	99
Урок 9. Функции и графики.....	102
Урок 10. Прогрессии	108
Урок 11. Статистика и теория вероятностей	111
Урок 12. Начальные понятия геометрии. Треугольник	117
Урок 13. Треугольник.....	119
Урок 14. Квадрат. Ромб. Параллелограмм	122
Урок 15. Трапеция. Окружность	124

Указания к тематическим заданиям

1. Квадратичная функция	127
2. Неравенства	128
3. Уравнения	133
4. Системы уравнений	137
5. Прогрессии	143
6. Степень	145
Ответы	1487

Издание для дополнительного образования
Для среднего школьного возраста
ГОСУДАРСТВЕННАЯ (ИТОГОВАЯ) АТТЕСТАЦИЯ (В НОВОЙ ФОРМЕ): 9 КЛАСС.
ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ

**Кочагин Вадим Витальевич
Кочагина Мария Николаевна**

**ГИА 2013
МАТЕМАТИКА
ТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ЗАДАНИЯ
9 класс**

Ответственный редактор *А. Жилинская*
Ведущий редактор *Т. Судакова*
Художественный редактор *Е. Брынчик*
Технический редактор *Л. Зотова*
Компьютерная верстка *И. Кондратюк*
Корректор *Н. Друж*

ООО «Издательство «Эксмо»
127299, Москва, ул. Клары Цеткин, д. 18/5. Тел. 411-68-86, 956-39-21.
Home page: www.eksmo.ru E-mail: info@eksmo.ru

Оптовая торговля книгами «Эксмо»:
ООО «ТД «Эксмо». 142702, Московская обл., Ленинский р-н, г. Видное,
Белокаменное ш., д. 1, многоканальный тел. 411-50-74.
E-mail: reception@eksmo-sale.ru

**По вопросам приобретения книг «Эксмо» зарубежными оптовыми
покупателями обращаться в отдел зарубежных продаж ТД «Эксмо»
E-mail: international@eksmo-sale.ru**

International Sales: International wholesale customers should contact
Foreign Sales Department of Trading House «Eksmo» for their orders.
international@eksmo-sale.ru

**По вопросам заказа книг корпоративным клиентам, в том числе в специальном
оформлении, обращаться по тел. 411-68-59, доб. 2299, 2205, 2239, 1251.
E-mail: vipzakaz@eksmo.ru**

Подписано в печать 10.07.2012. Формат 60×90¹/₁₆.
Гарнитура «SchoolBook». Печать офсетная. Усл. печ. л. 11,0.
Тираж . экз. Заказ № .

ISBN 978-5-699-57732-3



9 785699 577323 >

ПОДГОТОВКА К ГИА
ВЫСШИЙ УРОВЕНЬ КАЧЕСТВА класс

9

ГИА

2013



Успех на ГИА гарантирован!

Для комплексной подготовки к ГИА издательство «Эксмо» предлагает учебные пособия по всем предметам, которые выносятся на экзамен в 2013 году: русскому языку, математике, истории, обществознанию, биологии, географии, физике, химии и информатике.

Авторы пособий – ведущие специалисты и разработчики заданий ГИА и ЕГЭ. Все книги прошли строгий контроль качества.

Комплект пособий поможет получить высший балл на ГИА по математике!



**Аналогичные комплекты для подготовки
к ГИА выпускаются по всем предметам**